

۱۲۶- جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱)  $\frac{5}{3}$       (۲)  $\frac{7}{4}$       (۳)  $\frac{9}{4}$       (۴)  $\frac{7}{3}$

۱۲۶- گزینه ۴  $a + d, a + 4d, a + 11d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2$

$fad = \Delta d^2 \rightarrow d = \frac{f}{\Delta} a \rightarrow a + \frac{f}{\Delta} a, a + f \times \frac{f}{\Delta} a \Rightarrow q = \frac{\frac{21}{\Delta} a}{\frac{9}{\Delta} a} = \frac{7}{3}$

۱۲۷-  $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه‌ی تابع  $f(3-x)$ ، کدام است؟

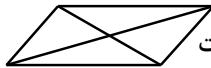
(۱)  $[0, 2]$       (۲)  $[0, 3]$       (۳)  $[0, 2]$       (۴)  $[1, 3]$

۱۲۷- گزینه ۴  $2x - x^2 \geq 0 \rightarrow x(2-x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \rightarrow 0 \leq 2-x \leq 2 \rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 3]$

۱۲۸- در متوازی‌الاضلاع‌ی اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد، و زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر  $\sqrt{2}$  است؟

(۱) ۱۸      (۲) ۲۴      (۳) ۳۲      (۴) ۳۶

۱۲۸- گزینه ۲ هر ۴ مثلث بوجود آمده مساحت‌های برابر دارند. در ضمن در هر مثلث با اضلاع  $a$  و  $b$  که زاویه بین آنها  $\alpha$  باشد،



مساحت با  $\frac{1}{2}ab \sin \alpha$  برابر است.  $\text{مساحت} = 4 \left( \frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 135 \right) = 24\sqrt{2}$

۱۲۹- از هر یک از مدارس A و B و C و D و E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دوبه‌دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

(۱) ۱۶۰      (۲) ۳۲۰      (۳) ۴۸۰      (۴) ۶۴۰

۱۲۹- گزینه ۴ ابتدا ۳ مدرسه از ۵ مدرسه را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر کدام از این ۳ مدرسه یکی را انتخاب می‌کنیم.

$\binom{5}{3} \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$

۱۳۰- در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده‌ها، کدام است؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

(۱)  $9/2$       (۲)  $9/3$       (۳)  $9/4$       (۴)  $9/5$

۱۳۰- گزینه ۱

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

$\bar{x} = \frac{7 \times 8 + 8 \times 16 + 9 \times 20 + 10 \times 24 + 11 \times 12}{80} = 9/2$

۱۳۱- در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم، تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

(۱)  $\frac{7}{9}$       (۲)  $\frac{5}{6}$       (۳)  $\frac{7}{8}$       (۴)  $\frac{8}{9}$

$C_{vy} = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{2\sigma_x}{2\bar{x} + 3} = \frac{2\bar{x}}{2\bar{x} + 3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$   
 $C_{vx} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$

۱۳۱- گزینه ۴

۱۳۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

(۱)  $\frac{2}{9}$  (۲)  $\frac{5}{18}$  (۳)  $\frac{1}{4}$  (۴)  $\frac{5}{12}$

۱۳۲- گزینه ۳  $n(S) = 36$ ;  $A = \{(1,3)(2,2)(2,6)(3,1)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2)(6,6)\}$ ;  $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

۱۳۳- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

(۱)  $0/1$  (۲)  $0/15$  (۳)  $0/2$  (۴)  $0/25$

۱۳۳- گزینه ۱  $n(S) = 5! = 120$ ;  $A = \{(f,z,f,z,f)\} \rightarrow n(A) = 12$ ;  $P(A) = \frac{12}{120} = 0/1$

۱۳۴- مجموعه جواب نامعادله  $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$  به صورت کدام بازه‌ها است؟

(۱)  $(-3, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$  (۲)  $(-2, -\frac{1}{2}) \cup (-\frac{1}{2}, 1)$  (۳)  $(-3, -\frac{1}{2})$  (۴)  $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

۱۳۴- گزینه ۱ به جای حل کردن عدد گذاری می‌کنیم.  $x = -2$  و  $x = 0$  در نامعادله صدق می‌کنند که فقط هر دو در گزینه ۱ می‌باشند.

۱۳۵- اگر  $f(x) = (2x-3)^2$  و  $g(x) = x+2$  نمودارهای دو تابع  $f$  و  $g$  با کدام طول متقاطع‌اند؟

(۱)  $-1$  (۲)  $\frac{1}{2}$  (۳)  $1$  (۴)  $\frac{3}{2}$

۱۳۵- گزینه ۲  $f \circ g = f \rightarrow (2x+1)^2 = (2x-3)^2 \rightarrow 2x+1 = -(2x-3) \rightarrow x = \frac{1}{2}$

۱۳۶- اگر  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = 3$  باشد، آنگاه حد این کسر وقتی  $x \rightarrow 3$  کدام است؟

(۱)  $1$  (۲)  $2$  (۳)  $4$  (۴)  $5$

۱۳۶- گزینه ۳  $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = \frac{a}{-1} = 3 \rightarrow a = -3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3}{-1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}} = 4$

۱۳۷- به ازای کدام مقدار  $a$  تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & ; x < 2 \\ a & ; x = 2 \\ x + 2 & ; x > 2 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x = 2$  پیوسته است؟

(۱)  $4$  (۲)  $4/5$  (۳)  $5$  (۴) هیچ مقدار  $a$

۱۳۷- گزینه ۴  $\lim_{x \rightarrow 2^+} x + 2 = 4$  ، حد چپ  $\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x - [x] = 6 - 1 = 5$

حدود چپ و راست در  $x = 2$  برابر نیستند، بنابراین هرگز تابع در این نقطه پیوسته نبوده و مقداری برای  $a$  وجود ندارد.

۱۳۸- در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۹ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای‌گذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟

(۱)  $\frac{5}{14}$  (۲)  $\frac{3}{7}$  (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴)  $\frac{3}{5}$

۱۳۸- گزینه ۳ (دومی سفید، اولی سیاه) یا (دومی سفید، اولی سفید)

$\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} + \frac{9}{15} \times \frac{6}{14} = \frac{30 + 54}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

۱۳۹- دانش آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش پاسخ صحیح داده است؟

- (۱) ۰/۰۲۵۶      (۲) ۰/۰۵۱۲      (۳) ۰/۰۶۲۵      (۴) ۰/۰۷۶۸

۱۳۹- گزینه ۲  $P(x=3) = \binom{5}{3} (0/2)^3 (0/8)^2 = 10 \times \frac{8}{1000} \times \frac{64}{100} = 0/0512$  احتمال درست زدن یک پرسش = ۰/۲

۱۴۰- ضابطه‌ی معکوس تابع  $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $y = x^2 - 4x + 5; x \leq 2$       (۲)  $y = x^2 + 4x - 5; x \leq 2$       (۳)  $y = x^2 - 4x + 5; x \geq 1$       (۴)  $y = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1$

۱۴۰- گزینه ۱ چون  $\sqrt{x-1}$  مثبت است، پس  $-\sqrt{x-1}$  منفی بوده و  $y = 2 - \sqrt{x-1}$  همواره کوچکتر مساوی ۲ می‌شود، و بنابراین دامنه تابع معکوس  $x \leq 2$  است.

$$y = 2 - \sqrt{x-1} \rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (2-y)^2 \rightarrow x-1 = 4 - 4y + y^2 \rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x^2 - 4x + 5$$

۱۴۱- در شروع یک نوع کشت ۱۴۰۰ باکتری موجود است. تعداد باکتری‌ها پس از  $t$  دقیقه به صورت  $f(t) = Ae^{0/04t}$  است. پس از چند دقیقه

۷۰۰۰ باکتری موجود است؟ ( $\ln 5 = 1/68$ )

- (۱) ۲۱      (۲) ۲۸      (۳) ۳۵      (۴) ۴۲

۱۴۱- گزینه ۴  $f(t) = Ae^{0/04t} \rightarrow 7000 = 14000e^{0/04t} \rightarrow 5 = e^{0/04t} \xrightarrow{\ln} \ln 5 = 0/04t \rightarrow t = \frac{1/68}{0/04} = 42$

۱۴۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$       (۲)  $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$       (۳)  $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$       (۴)  $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۴۲- گزینه ۴  $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$$

۱۴۳- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله  $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$  در نقطه‌ی  $x = \frac{\pi}{2}$  واقع بر آن، کدام است؟

- (۱)  $-\frac{\pi}{4}$       (۲)  $-\frac{\pi}{2}$       (۳)  $\frac{\pi}{4}$       (۴)  $\frac{\pi}{2}$

۱۴۳- گزینه ۱  $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = \ln \sqrt{\frac{1}{1+0}} = 0 \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

$$y' = \frac{\left(\frac{\cos x(1 + \cos x) - (-\sin x)(\sin x)}{(1 + \cos x)^2}\right) \div \frac{1}{2} \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}}{\sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}} \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} = m \rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}}$$

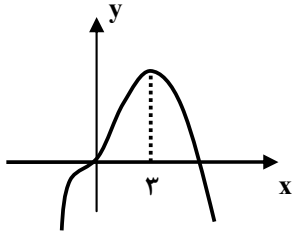
۱۴۴- بیشترین مقدار تابع  $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ ، در بازه‌ی  $[-2, 2]$ ، کدام است؟

- (۱) ۹      (۲) ۱۰      (۳) ۱۲      (۴) ۱۷

۱۴۴- گزینه ۲ غ ق  $x = 3$ ،  $x = -1$   $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1}$

$f(-2) = -8 - 12 + 18 + 5 = 3$ ;  $f(-1) = -1 - 3 + 9 + 5 = 10$ ;  $f(2) = 8 - 12 - 18 + 5 = -17$

۱۴۵- شکل روبه‌رو، نمودار تابع  $y = ax^2 + 2x^2 + bx^2$  است.  $a$  کدام است؟



- (۱) -۱  
(۲)  $-\frac{1}{2}$   
(۳)  $-\frac{1}{4}$   
(۴)  $\frac{1}{4}$

۱۴۵- گزینه ۲  $y' = 4ax^2 + 6x^2 + 2bx = 2x(2ax^2 + 3x + b) \rightarrow y'(2) = 0 \rightarrow 18a + 9 + b = 0$

از طرفی مشتق تابع در  $x=0$  ریشه مضاعف دارد و باید  $b=0$  باشد و بنابراین:  $18a + 9 = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$

۱۴۶- تقعر منحنی به معادله  $y = x\sqrt{x^2 + 2}$  در بازه‌ی  $(a, +\infty)$  رو به بالا است، کمترین مقدار  $a$ ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴)  $-\infty$

۱۴۶- گزینه ۱ دامنه تابع  $R$  و برد آن نیز  $R$  است. و  $y = x\sqrt{x^2 + 2} = x^2$   $\xrightarrow{x>0}$  که بنابراین در  $(0, +\infty)$  تقعر رو به بالا دارد.

۱۴۷- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات  $2x - 2y = 3$  و  $y = x + 1$  هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- (۱)  $\frac{9}{8}$  (۲)  $\frac{9}{4}$  (۳)  $\frac{25}{8}$  (۴)  $\frac{25}{4}$

۱۴۷- گزینه ۳ دو خط موازی و فاصله بین آنها طول ضلع مربع است.  $y = x + 1 \rightarrow x - y + 1 = 0$ ;  $2x - 2y = 3 \rightarrow x - y - \frac{3}{2} = 0$

$$a = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 + \frac{3}{2}|}{\sqrt{1+1}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}; S = a^2 = \frac{25}{8}$$

۱۴۸- سهمی به کانون  $F(2, 4)$  و خط هادی به معادله  $x = -1$ ، محورهایها را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱)  $\frac{17}{6}$  (۲)  $\frac{19}{6}$  (۳)  $\frac{10}{3}$  (۴)  $\frac{11}{3}$

۱۴۸- گزینه ۲ سهمی افقی است.  $F(\alpha + p, \beta) = F(2, 4) \rightarrow \begin{cases} \alpha + p = 2 \\ \beta = 4 \end{cases}; x = \alpha - p = -1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, p = \frac{3}{2}$

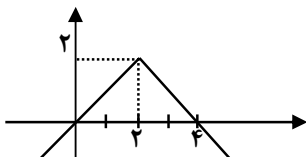
$$(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \rightarrow (y - 4)^2 = 4 \times \frac{3}{2} \left(x - \frac{1}{2}\right) \xrightarrow{y=0} 16 = 6\left(x - \frac{1}{2}\right) \rightarrow \frac{8}{3} = x - \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{19}{6}$$

۱۴۹- مختصات دو سر قطر کوچک یک بیضی  $(-1, 3), (-1, -1)$  است. این بیضی از نقطه‌ی  $(-4, 2)$  می‌گذرد، خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱)  $\frac{\sqrt{2}}{3}$  (۲)  $\frac{\sqrt{2}}{2}$  (۳)  $\frac{\sqrt{6}}{3}$  (۴)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۹- گزینه ۳ طول این دو رأس غیرکانونی برابر است پس بیضی افقی است.  $(-1, -1), (-1, 3) \rightarrow O(-1, 1); 2b = 4 \rightarrow b = 2$

$$\frac{(x+1)^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1 \xrightarrow{(-4, 2)} \frac{9}{a^2} + \frac{1}{4} = 1 \rightarrow a^2 = 12; e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



۱۵۰- با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل  $\int_0^4 (2 - |x - 2|) dx$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳)  $\frac{2}{5}$  (۴) ۴

۱۵۰- گزینه ۴  $S = \int_0^4 (2 - |x - 2|) dx = \frac{4 \times 2}{2} = 4$  مساحت زیرمنحنی تا محور  $x$ ها

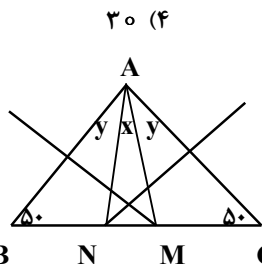
۱۵۱- با شرط  $x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$  حاصل  $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$  کدام است؟

- (۱)  $\sin x + \cos x + c$  (۲)  $\sin x - \cos x + c$  (۳)  $-\sin x + \cos x + c$  (۴)  $-\sin x - \cos x + c$

۱۵۱- گزینه ۲

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx = \int \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} dx = \int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + c$$

۱۵۲- در مثلث ABC داریم  $AB = AC$  و  $\hat{A} = 80^\circ$ ، عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده‌ی BC را در M و N قطع می‌کند. کوچکترین زاویه‌ی مثلث AMN چند درجه است؟



۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

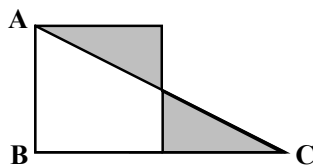
۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۱۵۲- گزینه ۲

$$MA = MB \rightarrow \boxed{x + y = 50}, \boxed{x + 2y = 80} \rightarrow \boxed{x = 20^\circ, y = 30^\circ}$$

۱۵۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده شده هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟



$\frac{2}{3}$  (۲)

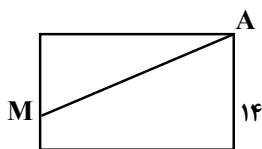
$\frac{5}{9}$  (۱)

$\frac{4}{5}$  (۴)

$\frac{3}{4}$  (۳)

۱۵۳- گزینه ۳  $S = \frac{(a + \frac{a}{2}) \times a}{2} = \frac{3}{4} a^2$  ، مساحت دوزنقه =  $S$  ، قاعده کوچک دوزنقه =  $\frac{a}{2}$  ، قاعده بزرگ دوزنقه = ضلع مربع =  $a$

۱۵۴- در شکل روبه‌رو پاره خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های  $\frac{5}{9}$  تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد



باشد، پاره خط AM چند واحد است؟

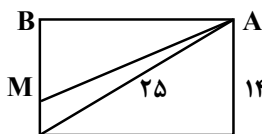
۲۳ (۲)

۲۱ (۱)

$10\sqrt{6}$  (۴)

$9\sqrt{7}$  (۳)

۱۵۴- گزینه ۲



$$\Rightarrow AB^2 = 25^2 - 14^2 = 429$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{9} \rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{5}{14} \rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{\frac{1}{2}(AB \times BM)}{AB \times 14} = \frac{5}{14} \rightarrow \boxed{BM = 10};$$

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 \rightarrow AM^2 = 429 + 100 = 529 \rightarrow \boxed{AM = 23}$$

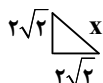
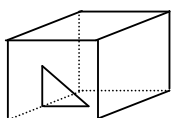
۱۵۵- در یک مکعب به طول یال  $4\sqrt{2}$ ، فاصله وسط هر یک از دو وجه غیر موازی از یکدیگر چقدر است؟

$3\sqrt{2}$  (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{3}$  (۲)

۳ (۱)



$$x^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

۱۵۵- گزینه ۳