

۱۲۶- جملات دوم و پنجم و دوازدهم از یک دنباله حسابی، می‌توانند سه جمله متوالی از دنباله هندسی باشند، قدرنسبت دنباله هندسی کدام است؟

(۱) $\frac{5}{3}$ (۲) $\frac{7}{4}$ (۳) $\frac{9}{4}$ (۴) $\frac{7}{3}$

۱۲۶- گزینه ۴ $a + d, a + 4d, a + 11d \Rightarrow (a + 4d)^2 = (a + d)(a + 11d) \Rightarrow a^2 + 8ad + 16d^2 = a^2 + 12ad + 11d^2$

$fad = \Delta d^2 \rightarrow d = \frac{f}{\Delta} a \rightarrow a + \frac{f}{\Delta} a, a + f \times \frac{f}{\Delta} a \Rightarrow q = \frac{\frac{21}{\Delta} a}{\frac{9}{\Delta} a} = \frac{7}{3}$

۱۲۷- $f(x) = \sqrt{2x - x^2}$ ، دامنه‌ی تابع $f(3-x)$ ، کدام است؟

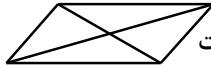
(۱) $[0, 2]$ (۲) $[0, 3]$ (۳) $[0, 2]$ (۴) $[1, 3]$

۱۲۷- گزینه ۴ $2x - x^2 \geq 0 \rightarrow x(2-x) \geq 0 \Rightarrow x \in [0, 2] \rightarrow 0 \leq 2-x \leq 2 \rightarrow -3 \leq -x \leq -1 \Rightarrow x \in [1, 3]$

۱۲۸- در متوازی‌الاضلاعی اندازه‌ی دو قطر ۱۲ و ۸ واحد، و زاویه بین دو قطر ۱۳۵ درجه است. مساحت متوازی‌الاضلاع چند برابر $\sqrt{2}$ است؟

(۱) ۱۸ (۲) ۲۴ (۳) ۳۲ (۴) ۳۶

۱۲۸- گزینه ۲ هر ۴ مثلث بوجود آمده مساحت‌های برابر دارند. در ضمن در هر مثلث با اضلاع a و b که زاویه بین آنها α باشد،



مساحت با $\frac{1}{2}ab \sin \alpha$ برابر است. $\text{مساحت} = 4 \left(\frac{1}{2} \times 6 \times 4 \times \sin 135 \right) = 24\sqrt{2}$

۱۲۹- از هر یک از مدارس A و B و C و D و E چهار نفر به اردوگاه دانش‌آموزی دعوت شده‌اند. به چند طریق می‌توان سه دانش‌آموز که دوبه‌دو غیر هم مدرسه باشند، انتخاب کرد؟

(۱) ۱۶۰ (۲) ۳۲۰ (۳) ۴۸۰ (۴) ۶۴۰

۱۲۹- گزینه ۴ ابتدا ۳ مدرسه از ۵ مدرسه را انتخاب می‌کنیم و سپس از هر کدام از این ۳ مدرسه یکی را انتخاب می‌کنیم.

$\binom{5}{3} \binom{4}{1} \binom{4}{1} \binom{4}{1} = 10 \times 4 \times 4 \times 4 = 640$

۱۳۰- در جدول فراوانی تجمعی زیر میانگین داده‌ها، کدام است؟

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی تجمعی	۸	۲۴	۴۴	۶۸	۸۰

(۱) $9/2$ (۲) $9/3$ (۳) $9/4$ (۴) $9/5$

۱۳۰- گزینه ۱

مرکز دسته	۷	۸	۹	۱۰	۱۱
فراوانی	۸	۱۶	۲۰	۲۴	۱۲

$\bar{x} = \frac{7 \times 8 + 8 \times 16 + 9 \times 20 + 10 \times 24 + 11 \times 12}{80} = 9/2$

۱۳۱- در ۱۵۰ داده‌ی آماری با میانگین ۱۲، به دو برابر هر یک از داده‌ها ۳ واحد اضافه می‌کنیم، تا داده‌های جدیدی حاصل شود. ضریب تغییرات داده‌های جدید چند برابر ضریب تغییرات داده‌های قبلی است؟

(۱) $\frac{7}{9}$ (۲) $\frac{5}{6}$ (۳) $\frac{7}{8}$ (۴) $\frac{8}{9}$

$C_{vy} = \frac{\sigma_y}{\bar{y}} = \frac{2\sigma_x}{2\bar{x} + 3} = \frac{2\bar{x}}{2\bar{x} + 3} = \frac{24}{27} = \frac{8}{9}$
 $C_{vx} = \frac{\sigma_x}{\bar{x}}$

۱۳۱- گزینه ۴

۱۳۲- دو تاس را با هم پرتاب می‌کنیم. با کدام احتمال مجموع دو عدد رو شده، مضرب ۴ است؟

(۱) $\frac{2}{9}$ (۲) $\frac{5}{18}$ (۳) $\frac{1}{4}$ (۴) $\frac{5}{12}$

۱۳۲- گزینه ۳ $n(S) = 36$; $A = \{(1,3)(2,2)(2,6)(3,1)(3,5)(4,4)(5,3)(6,2)(6,6)\}$; $P(A) = \frac{9}{36} = \frac{1}{4}$

۱۳۳- در کیسه‌ای ۵ مهره با شماره‌های ۱ تا ۵ وجود دارد. این مهره‌ها را به طور تصادفی پی در پی بدون جای گذاری خارج می‌کنیم. با کدام احتمال دو مهره با شماره فرد متوالیاً خارج نمی‌شوند؟

(۱) $0/1$ (۲) $0/15$ (۳) $0/2$ (۴) $0/25$

۱۳۳- گزینه ۱ $n(S) = 5! = 120$; $A = \{(f,z,f,z,f)\}$ → $n(A) = 12$; $P(A) = \frac{12}{120} = 0/1$

۱۳۴- مجموعه جواب نامعادله $|\frac{x-2}{2x+1}| > 1$ به صورت کدام بازه‌ها است؟

(۱) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3}) \cup (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ (۲) $(-\frac{1}{2}, 1) \cup (-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ (۳) $(-\frac{1}{2}, -\frac{1}{3})$ (۴) $(-\frac{1}{2}, \frac{1}{3})$

۱۳۴- گزینه ۱ به جای حل کردن عدد گذاری می‌کنیم. $x = -2$ و $x = 0$ در نامعادله صدق می‌کنند که فقط هر دو در گزینه ۱ می‌باشند.

۱۳۵- اگر $f(x) = (2x-3)^2$ و $g(x) = x+2$ نمودارهای دو تابع f و $g \circ f$ با کدام طول متقاطع‌اند؟

(۱) -1 (۲) $\frac{1}{2}$ (۳) 1 (۴) $\frac{3}{2}$

۱۳۵- گزینه ۲ $f \circ g = f \rightarrow (2x+1)^2 = (2x-3)^2 \rightarrow 2x+1 = -(2x-3) \rightarrow x = \frac{1}{2}$

۱۳۶- اگر $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = 3$ باشد، آنگاه حد این کسر وقتی $x \rightarrow 3$ کدام است؟

(۱) 1 (۲) 2 (۳) 4 (۴) 5

۱۳۶- گزینه ۳ $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{ax+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = \frac{a}{-1} = 3 \rightarrow a = -3 \rightarrow \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3x+9}{1-x+\sqrt{x+1}} = \frac{0}{0} \xrightarrow{hop} \lim_{x \rightarrow 3} \frac{-3}{-1 + \frac{1}{2\sqrt{x+1}}} = 4$

۱۳۷- به ازای کدام مقدار a تابع با ضابطه‌ی $f(x) = \begin{cases} 3x - [x] & ; x < 2 \\ a & ; x = 2 \\ x + 2 & ; x > 2 \end{cases}$ در نقطه‌ی $x = 2$ پیوسته است؟

(۱) 4 (۲) $4/5$ (۳) 5 (۴) هیچ مقدار a

۱۳۷- گزینه ۴ $\lim_{x \rightarrow 2^+} x + 2 = 4$ ، حد چپ $\lim_{x \rightarrow 2^-} 3x - [x] = 6 - 1 = 5$

حدود چپ و راست در $x = 2$ برابر نیستند، بنابراین هرگز تابع در این نقطه پیوسته نبوده و مقداری برای a وجود ندارد.

۱۳۸- در جعبه‌ای ۶ مهره‌ی سفید و ۹ مهره‌ی سیاه موجود است. دو مهره متوالیاً و بدون جای‌گذاری از آن بیرون می‌آوریم. با کدام احتمال بدون توجه به اولین مهره، دومین مهره خارج شده سفید است؟

(۱) $\frac{5}{14}$ (۲) $\frac{3}{7}$ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) $\frac{3}{5}$

(دومی سفید، اولی سیاه) یا (دومی سفید، اولی سفید)

$\frac{6}{15} \times \frac{5}{14} + \frac{9}{15} \times \frac{6}{14} = \frac{30 + 54}{15 \times 14} = \frac{84}{15 \times 14} = \frac{6}{15} = \frac{2}{5}$

۱۳۸- گزینه ۳

۱۳۹- دانش آموزی به ۵ پرسش ۵ گزینه‌ای به تصادف پاسخ می‌دهد. با کدام احتمال فقط به ۳ پرسش پاسخ صحیح داده است؟

- (۱) ۰/۰۲۵۶ (۲) ۰/۰۵۱۲ (۳) ۰/۰۶۲۵ (۴) ۰/۰۷۶۸

۱۳۹- گزینه ۲ $P(x=3) = \binom{5}{3} (0/2)^3 (0/8)^2 = 10 \times \frac{8}{1000} \times \frac{64}{100} = 0/0512$ احتمال درست زدن یک پرسش = ۰/۲

۱۴۰- ضابطه‌ی معکوس تابع $y = 2 - \sqrt{x-1}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $y = x^2 - 4x + 5; x \leq 2$ (۲) $y = x^2 + 4x - 5; x \leq 2$ (۳) $y = x^2 - 4x + 5; x \geq 1$ (۴) $y = -x^2 + 4x - 5; x \geq 1$

۱۴۰- گزینه ۱ چون $\sqrt{x-1}$ مثبت است، پس $-\sqrt{x-1}$ منفی بوده و $y = 2 - \sqrt{x-1}$ همواره کوچکتر مساوی ۲ می‌شود، و بنابراین دامنه تابع معکوس $x \leq 2$ است.

$$y = 2 - \sqrt{x-1} \rightarrow (\sqrt{x-1})^2 = (2-y)^2 \rightarrow x-1 = 4 - 4y + y^2 \rightarrow x = y^2 - 4y + 5 \xrightarrow{x \leftrightarrow y} y = x^2 - 4x + 5$$

۱۴۱- در شروع یک نوع کشت ۱۴۰۰ باکتری موجود است. تعداد باکتری‌ها پس از t دقیقه به صورت $f(t) = Ae^{0/04t}$ است. پس از چند دقیقه

۷۰۰۰ باکتری موجود است؟ ($\ln 5 = 1/68$)

- (۱) ۲۱ (۲) ۲۸ (۳) ۳۵ (۴) ۴۲

۱۴۱- گزینه ۴ $f(t) = Ae^{0/04t} \rightarrow 7000 = 14000e^{0/04t} \rightarrow 5 = e^{0/04t} \xrightarrow{\ln} \ln 5 = 0/04t \rightarrow t = \frac{1/68}{0/04} = 42$

۱۴۲- جواب کلی معادله‌ی مثلثاتی $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4}$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $2k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۲) $2k\pi \pm \frac{\pi}{3}$ (۳) $k\pi \pm \frac{\pi}{6}$ (۴) $k\pi \pm \frac{\pi}{3}$

۱۴۲- گزینه ۴ $\sin^2 x - \cos^2 x = \sin^2 \frac{5\pi}{4} \rightarrow (\sin^2 x - \cos^2 x)(\sin^2 x + \cos^2 x) = \left(\frac{-\sqrt{2}}{2}\right)^2 \rightarrow -\cos 2x = \frac{1}{2}$

$$\cos 2x = -\frac{1}{2} = \cos \frac{2\pi}{3} \rightarrow 2x = 2k\pi \pm \frac{2\pi}{3} \rightarrow \boxed{x = k\pi \pm \frac{\pi}{3}}$$

۱۴۳- عرض از مبدأ خط مماس بر منحنی به معادله $y = \ln \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}$ در نقطه‌ی $x = \frac{\pi}{2}$ واقع بر آن، کدام است؟

- (۱) $-\frac{\pi}{4}$ (۲) $-\frac{\pi}{2}$ (۳) $\frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{\pi}{2}$

۱۴۳- گزینه ۱ $x = \frac{\pi}{2} \rightarrow y = \ln \sqrt{\frac{1}{1+0}} = 0 \Rightarrow A\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$

$$y' = \frac{\left(\frac{\cos x(1 + \cos x) - (-\sin x)(\sin x)}{(1 + \cos x)^2}\right) \div 2 \sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}}{\sqrt{\frac{\sin x}{1 + \cos x}}} \xrightarrow{x = \frac{\pi}{2}} y'\left(\frac{\pi}{2}\right) = \frac{1}{2} = m \rightarrow y - 0 = \frac{1}{2}\left(x - \frac{\pi}{2}\right) \rightarrow \boxed{y = \frac{1}{2}x - \frac{\pi}{4}}$$

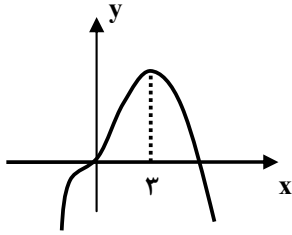
۱۴۴- بیشترین مقدار تابع $y = x^3 - 3x^2 - 9x + 5$ ، در بازه‌ی $[-2, 2]$ ، کدام است؟

- (۱) ۹ (۲) ۱۰ (۳) ۱۲ (۴) ۱۷

۱۴۴- گزینه ۲ $y' = 3x^2 - 6x - 9 = 0 \rightarrow \boxed{x = -1}$ ، $x = 3$ غ ق

$f(-2) = -8 - 12 + 18 + 5 = 3$; $f(-1) = -1 - 3 + 9 + 5 = 10$; $f(2) = 8 - 12 - 18 + 5 = -17$

۱۴۵- شکل روبه‌رو، نمودار تابع $y = ax^2 + 2x^2 + bx^2$ است. a کدام است؟



- (۱) -۱
(۲) $-\frac{1}{2}$
(۳) $-\frac{1}{4}$
(۴) $\frac{1}{4}$

۱۴۵- گزینه ۲ $y' = 4ax^2 + 4x^2 + 2bx = 2x(2ax^2 + 2x + b) \rightarrow y'(2) = 0 \rightarrow 18a + 9 + b = 0$

از طرفی مشتق تابع در $x=0$ ریشه مضاعف دارد و باید $b=0$ باشد و بنابراین: $18a + 9 = 0 \rightarrow a = -\frac{1}{2}$

۱۴۶- تقعر منحنی به معادله $y = x\sqrt{x^2 + 2}$ در بازه‌ی $(a, +\infty)$ رو به بالا است، کمترین مقدار a ، کدام است؟

- (۱) صفر (۲) -۱ (۳) ۱ (۴) $-\infty$

۱۴۶- گزینه ۱ دامنه تابع R و برد آن نیز R است. و $y = x\sqrt{x^2 + 2} = x^2$ $\xrightarrow{x>0}$ که بنابراین در $(0, +\infty)$ تقعر رو به بالا دارد.

۱۴۷- دو ضلع یک مربع منطبق بر دو خط به معادلات $2x - 2y = 3$ و $y = x + 1$ هستند، مساحت این مربع کدام است؟

- (۱) $\frac{9}{8}$ (۲) $\frac{9}{4}$ (۳) $\frac{25}{8}$ (۴) $\frac{25}{4}$

۱۴۷- گزینه ۳ دو خط موازی و فاصله بین آنها طول ضلع مربع است. $y = x + 1 \rightarrow x - y + 1 = 0$; $2x - 2y = 3 \rightarrow x - y - \frac{3}{2} = 0$

$$a = \frac{|c - c'|}{\sqrt{a^2 + b^2}} = \frac{|1 + \frac{3}{2}|}{\sqrt{1+1}} = \frac{5}{2\sqrt{2}}; S = a^2 = \frac{25}{8}$$

۱۴۸- سهمی به کانون $F(2, 4)$ و خط هادی به معادله $x = -1$ ، محورهای را با کدام طول قطع می‌کند؟

- (۱) $\frac{17}{6}$ (۲) $\frac{19}{6}$ (۳) $\frac{10}{3}$ (۴) $\frac{11}{3}$

۱۴۸- گزینه ۲ سهمی افقی است. $F(\alpha + p, \beta) = F(2, 4) \rightarrow \begin{cases} \alpha + p = 2 \\ \beta = 4 \end{cases}; x = \alpha - p = -1 \rightarrow \alpha = \frac{1}{2}, p = \frac{3}{2}$

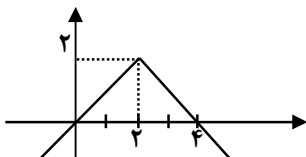
$$(y - \beta)^2 = 4p(x - \alpha) \rightarrow (y - 4)^2 = 4 \times \frac{3}{2} (x - \frac{1}{2}) \xrightarrow{y=0} 16 = 6(x - \frac{1}{2}) \rightarrow \frac{8}{3} = x - \frac{1}{2} \rightarrow x = \frac{19}{6}$$

۱۴۹- مختصات دو سر قطر کوچک یک بیضی $(-1, 3), (-1, -1)$ است. این بیضی از نقطه‌ی $(-4, 2)$ می‌گذرد، خروج از مرکز آن کدام است؟

- (۱) $\frac{\sqrt{2}}{3}$ (۲) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ (۳) $\frac{\sqrt{6}}{3}$ (۴) $\frac{\sqrt{3}}{2}$

۱۴۹- گزینه ۳ طول این دو رأس غیرکانونی برابر است پس بیضی افقی است. $(-1, -1), (-1, 3) \rightarrow O(-1, 1); 2b = 4 \rightarrow b = 2$

$$\frac{(x+1)^2}{a^2} + \frac{(y-1)^2}{4} = 1 \xrightarrow{(-4, 2)} \frac{9}{a^2} + \frac{1}{4} = 1 \rightarrow a^2 = 12; e = \sqrt{1 - \frac{b^2}{a^2}} = \sqrt{1 - \frac{4}{12}} = \frac{\sqrt{6}}{3}$$



۱۵۰- با توجه به شکل روبه‌رو، حاصل $\int_0^4 (2 - |x - 2|) dx$ ، کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) ۳ (۳) $\frac{2}{5}$ (۴) ۴

۱۵۰- گزینه ۴ $S = \int_0^4 (2 - |x - 2|) dx = \frac{4 \times 2}{2} = 4$ مساحت زیرمنحنی تا محور x ها

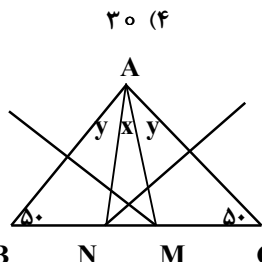
۱۵۱- با شرط $x \neq k\pi + \frac{\pi}{4}$ حاصل $\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx$ کدام است؟

- (۱) $\sin x + \cos x + c$ (۲) $\sin x - \cos x + c$ (۳) $-\sin x + \cos x + c$ (۴) $-\sin x - \cos x + c$

۱۵۱- گزینه ۲

$$\int \frac{\cos 2x}{\cos x - \sin x} dx = \int \frac{\cos^2 x - \sin^2 x}{\cos x - \sin x} dx = \int \frac{(\cos x - \sin x)(\cos x + \sin x)}{\cos x - \sin x} dx = \int (\cos x + \sin x) dx = \sin x - \cos x + c$$

۱۵۲- در مثلث ABC داریم $AB = AC$ و $\hat{A} = 80^\circ$ ، عمود منصف‌های دو ساق مثلث، قاعده‌ی BC را در M و N قطع می‌کند. کوچکترین زاویه‌ی مثلث AMN چند درجه است؟



۳۰ (۴)

۲۵ (۳)

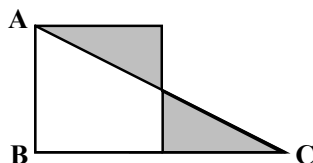
۲۰ (۲)

۱۵ (۱)

۱۵۲- گزینه ۲

$$MA = MB \rightarrow \boxed{x + y = 50}, \quad \boxed{x + 2y = 80} \rightarrow \boxed{x = 20^\circ, y = 30^\circ}$$

۱۵۳- در مثلث قائم‌الزاویه ABC، بر روی ضلع AB مربعی ساخته شده است. اگر دو مثلث سایه زده شده هم‌نهشت باشند، مساحت دوزنقه چند برابر مساحت مربع است؟



$\frac{2}{3}$ (۲)

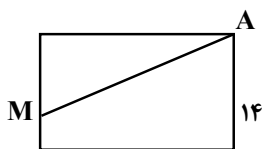
$\frac{5}{9}$ (۱)

$\frac{4}{5}$ (۴)

$\frac{3}{4}$ (۳)

۱۵۳- گزینه ۳ $S = \frac{(a + \frac{a}{2}) \times a}{2} = \frac{3}{4} a^2$ ، مساحت دوزنقه = S ، قاعده کوچک دوزنقه = $\frac{a}{2}$ ، قاعده بزرگ دوزنقه = ضلع مربع = a

۱۵۴- در شکل روبه‌رو پاره خط AM مساحت مستطیل را به دو جزء با نسبت مساحت‌های $\frac{5}{9}$ تقسیم کرده است. اگر قطر مستطیل ۲۵ واحد



باشد، پاره خط AM چند واحد است؟

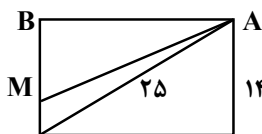
۲۳ (۲)

۲۱ (۱)

$10\sqrt{6}$ (۴)

$9\sqrt{7}$ (۳)

۱۵۴- گزینه ۲



$$\Rightarrow AB^2 = 25^2 - 14^2 = 429$$

$$\frac{S_1}{S_2} = \frac{5}{9} \rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{5}{14} \rightarrow \frac{S_1}{S} = \frac{\frac{1}{2}(AB \times BM)}{AB \times 14} = \frac{5}{14} \rightarrow \boxed{BM = 10}$$

$$AM^2 = AB^2 + BM^2 \rightarrow AM^2 = 429 + 100 = 529 \rightarrow \boxed{AM = 23}$$

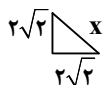
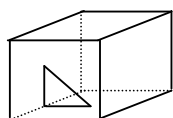
۱۵۵- در یک مکعب به طول یال $4\sqrt{2}$ ، فاصله وسط هر یک از دو وجه غیر موازی از یکدیگر چقدر است؟

$3\sqrt{2}$ (۴)

۴ (۳)

$2\sqrt{3}$ (۲)

۳ (۱)



$$x^2 = (2\sqrt{2})^2 + (2\sqrt{2})^2 = 16 \rightarrow \boxed{x = 4}$$

۱۵۵- گزینه ۲