

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	برای تشکیل تیمی ۵ دانش آموز سال سوم و ۴ دانش آموز سال اول داوطلب شده اند ، به تصادف سه دانش آموز انتخاب می کنیم .احتمال آن را پیدا کنید که : الف) حداکثر ۱ نفر سال اولی باشد. ب) هیچکدام از سه نفر دانش آموز انتخاب شده ،سال سومی نباشند. (محاسبه‌ی جواب های پایانی الزامی نیست)	۱/۲۵
۲	سکه سالمی را سه بار پرتاب می کنیم اگر A پیشامد بر آمدهایی باشد که در آن دومین پرتاب رو است و B پیشامد برآمدهایی باشد که در آن فقط دو رو به صورت متوالی ظاهر شده است . آیا دو پیشامد A و B مستقل هستند؟ چرا؟ (فضای نمونه و هریک از پیشامدها را مشخص کنید)	۱/۵
۳	در یک کلاس ۲۵ نفری چقدر احتمال دارد که روز تولد هیچ دو نفری یکسان نباشد.	۰/۵
۴	احتمال آن که دانش آموزی در درس ریاضی قبول شود $\frac{۷}{۱۰}$ و احتمال این که در درس شیمی قبول شود $\frac{۸۵}{۱۰۰}$ و احتمال آن که در هر دو درس قبول شود $\frac{۶}{۱۰۰}$ است . احتمال آن که حداقل در یکی از دروس ریاضی و شیمی قبول شود چقدر است ؟	۰/۷۵
۵	نامعادله‌ی $\frac{x}{x+1} - \frac{x-1}{x} \geq -1$ را حل کرده و جواب را به صورت بازه نشان دهید.	۱/۷۵
۶	مقادیر a و b را چنان بیابید که مجموعه‌ی $g = \{(-1, b+3), (7, 1), (-1, 4-a), (7, a)\}$ یک تابع باشد.	۰/۷۵
۷	دامنه‌ی تابع $f(x) = \tan(x + \frac{\pi}{3})$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۸	دو تابع $f(x) = 3x^2 - 1$ و $g(x) = \frac{x}{x^2 - 4}$ داده شده اند . الف) ضابطه‌ی تابع $g \circ f$ و دامنه‌ی $g \circ f$ را با استفاده از تعریف تعیین کنید. ب) مقدار $(f - 3g)(1)$ را محاسبه کنید.	۲/۲۵
۹	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} -\frac{1}{2}x & x \geq 1 \\ 2 & \\ 4 - x^2 & x < 1 \end{cases}$ را رسم کنید و به کمک آن وجود حد تابع را در $x = 1$ بررسی کنید.	۱/۷۵
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان: ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۳ / ۳	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۰	مقدار $k$ را طوری بیابید که $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(kx)}{x \sin x} = 8$ باشد.	۱
۱۱	هر یک از حدهای زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x+12} - x}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x}$ پ) $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3 + 1}$	۲/۲۵
۱۲	حدود $a$ را طوری تعیین کنید که تابع $f(x) = \begin{cases} 2a + x^2 & x \geq 2 \\ x^3 - x & x < 2 \end{cases}$ در $x = 2$ پیوسته نباشد.	۱
۱۳	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن الزامی نیست). الف) $g(x) = (x^5 - 3x)(x+1)^4$ ب) $h(x) = \sin^{-1}\left(\frac{x}{2}\right) - \cot x$	۲
۱۴	مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{1 + \sqrt{x}}$ را به دست آورید و دامنه‌ی مشتق پذیری آن را مشخص کنید.	۱/۵
۱۵	معادله‌ی حرکت یک متحرک روی خط مستقیم به صورت $x(t) = 3t^2 - 4t + 2$ است. سرعت متوسط این متحرک را در فاصله‌ی زمانی $t = 1$ و $t = 3$ محاسبه کنید.	۱
	جمع نمره	۲۰
	« موفق باشید »	

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$\text{الف) } p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{\binom{5}{2} \binom{4}{1} + \binom{5}{3}}{\binom{9}{3}} \quad \text{ب) } p(B) = \frac{n(B)}{n(S)} = \frac{\binom{4}{3}}{\binom{9}{3}}$	۱/۲۵												
۲	$S = \{ (پ, پ, پ), (پ, پ, ر), (پ, ر, پ), (پ, ر, ر), (ر, پ, پ), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ), (ر, ر, ر) \} \quad (۰/۲۵)$ $A = \{ (پ, ر, ر), (ر, پ, ر), (ر, ر, پ) \} \quad (۰/۲۵)$ $B = \{ (پ, ر, ر), (ر, ر, پ) \} \quad (۰/۲۵)$ $A \cap B = \{ (پ, ر, ر), (ر, ر, پ) \}$ $p(A) \times p(B) = \frac{1}{8} \quad (۰/۲۵) \quad , \quad P(A \cap B) = \frac{2}{8} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow A \text{ و } B \text{ مستقل نیستند} \quad (۰/۲۵)$	۱/۵												
۳	$p(A) = \frac{n(A)}{n(S)} = \frac{۳۶۵ \times ۳۶۴ \times \dots \times ۳۴۱}{(۳۶۵)^{۲۵}} \quad (۰/۲۵)$	۰/۵												
۴	$p(A \cup B) = p(A) + p(B) - p(A \cap B) = ۰/۷ + ۰/۸۵ - ۰/۶ = ۰/۹۵ \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵												
۵	$\frac{x^2 - x^2 + 1}{x^2 + x} \geq -1 \Rightarrow \frac{1}{x^2 + x} + 1 \geq 0 \Rightarrow \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x} \geq 0$ $x^2 + x + 1 > 0 \Rightarrow x^2 + x > 0$ <p style="text-align: center;">(۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">جواب = <math>(-\infty, -1) \cup (0, +\infty)</math> (۰/۲۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;"><math>-\infty</math></td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;"><math>+\infty</math></td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;"><math>x^2 + x</math></td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">0</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">-</td> <td style="padding: 5px; text-align: center;">+</td> </tr> </table>	x	$-\infty$	-	0	+	$+\infty$	$x^2 + x$	+	+	0	-	+	۱/۷۵
x	$-\infty$	-	0	+	$+\infty$									
$x^2 + x$	+	+	0	-	+									
۶	$a = 1 \quad (۰/۲۵)$ $b + 3 = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow b = 0 \quad (۰/۲۵)$	۰/۷۵												
	« ادامه در صفحه ی دوم »													



راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۰ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد سال ۱۳۹۰	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

	$\text{الف) } \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x+12} - x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 16}{\sqrt{x+12} - x} \times \frac{\sqrt{x+12} + x}{\sqrt{x+12} + x} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)(\sqrt{x+12} + x)}{(x+12 - x^2)} =$ $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(x-4)(\sqrt{x+12} + x)}{-(x+3)(x-4)} = \lim_{x \rightarrow 4} \frac{(x+4)(\sqrt{x+12} + x)}{-(x+3)} = -\frac{64}{7} \quad (./25)$	۱۱
۲/۲۵	$\text{ب) } \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{1}{1 - \cos x} = \frac{1}{1-1} = \frac{1}{0^+} = +\infty \quad (./25)$ $\text{پ) } \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{(x-1)(x-2)(4-x)}{2x^3 + 1} = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{-x^3}{2x^3} = -\frac{1}{2} \quad (./25)$	
۱	$\left. \begin{aligned} f(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^+} (2a + x^2) = 2a + 4 \quad (./25) \\ \lim_{x \rightarrow 2^-} f(x) = \lim_{x \rightarrow 2^-} (x^3 - x) = 6 \quad (./25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 2a + 4 \neq 6 \Rightarrow a \neq 1 \quad (./25)$	۱۲
۲	$g'(x) = (5x^4 - 3)(x+1)^4 + 4(x+1)^3 (x^5 - 3x) \quad (./5)$ $h'(x) = 3\left(\frac{1}{y}\right) \cos\left(\frac{x}{y}\right) \sin^2\left(\frac{x}{y}\right) + (1 + \cot^2 x) \quad (./25)$	۱۳
۱/۵	<p>دامنه‌ی مشتق پذیری :</p> $f'(x) = \frac{-\frac{1}{2\sqrt{x}}}{(1+\sqrt{x})^2} \quad (./5)$ $\left. \begin{aligned} (1+\sqrt{x})^2 (2\sqrt{x}) \neq 0 \quad (./25) \\ x \geq 0 \quad (./25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow x > 0 \quad (./25)$	۱۴
۱	$\frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x(t_2) - x(t_1)}{t_2 - t_1} = \frac{17-1}{2} = 8 \quad (./25)$	۱۵
۲۰	جمع نمره	

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.