



[www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir) **سایت ویژه ریاضیات**

**درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات**

**دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی**

**نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور**

**دانلود نرم افزارهای ریاضیات**

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۰۳- اگر  $f(x) = e^{x \ln 2}$  باشد، معادله  $f \circ f^{-1}(x) = x^2$  چند جواب حقیقی دارد؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) بی‌شمار

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، توابع نمایی و لگاریتمی، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۰۴- نمودار تابع  $y = \log(ax + b)$ ، محور  $x$  ها را در نقطه‌ای با طول  $10/1$  - قطع می‌کند. اگر دامنه‌ی این تابع،

بازه‌ی  $(-\infty, -10)$  باشد، مقدار  $\log \sqrt{ab}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{2}{3}$  (۳)  $\frac{3}{4}$  (۴)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- اگر  $\alpha$  و  $\beta$ ، جواب‌های معادله  $|e^x - 1| = |3 - 2e^x|$  باشد؛  $e^{\alpha+\beta}$  کدام است؟

- (۱)  $\frac{4}{3}$  (۲)  $\frac{8}{3}$  (۳)  $\frac{5}{3}$  (۴)  $\frac{10}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، بعد از  $t$  دقیقه از معادله  $f(t) = Ae^{kt}$  به دست می‌آید. اگر تعداد

باکتری‌ها در پایان دقیقه‌ی  $4^m$  برابر تعداد باکتری‌ها در پایان دقیقه‌ی  $2^m$  بوده و تعداد باکتری‌ها در

پایان دقیقه‌ی  $3^m$   $270000$  باشد، تعداد باکتری‌ها در دقیقه‌ی  $4^m$  کدام است؟

- (۱)  $540000$  (۲)  $640000$  (۳)  $810000$  (۴)  $360000$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- اگر  $f(x) = \log_3(x-1)$ ، آن‌گاه دامنه‌ی تابع  $y = \sqrt{4 - f^{-1}(x)}$  شامل چند عدد طبیعی است؟

- (۱) صفر (۲) ۱ (۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- حاصل  $[\log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3})]$  کدام است؟ ( ) ، نماد جزء صحیح است.)

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- دمای زمین، در  $t$  سال بعد، بر حسب درجه‌ی سانتی‌گراد از رابطه‌ی  $32 + \frac{e^{0.2t}}{100}$  به دست می‌آید تقریباً چند

سال بعد دمای زمین به ۳۵ درجه‌ی سانتی‌گراد می‌رسد؟ ( $\log e = 0.43, \text{Ln} 3 = 1.05$ )

۱۲۰ (۴)

۱۹۵ (۳)

۲۸۵ (۲)

۳۵۵ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- در تابع  $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbb{R}$  با ضابطه‌ی  $f(x) = (\log_{2/4}^x)^x$  بیش‌ترین مقدار  $f$  در کدام است؟

$\log_{2/4}^{2/4}$  (۴)

$(\log_{2/4}^2)^2$  (۳)

$0.5$  (۲)

۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۱- حاصل  $\log \frac{\sqrt[6]{8\sqrt{32}}}{\sqrt[3]{4\sqrt{2}}}$  برابر کدام است؟

$\frac{1}{4}$  (۴)

۴ (۳)

$\frac{1}{2}$  (۲)

۲ (۱)

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر  $\alpha$  ریشه‌ی معادله‌ی لگاریتمی  $\log(3x+1) + 2 \log \sqrt{x-2} = \frac{1}{2} \log(x^2 - 2x + 1) + \log(x+2)$

باشد، حاصل  $\log_5(4\alpha + 13)$  کدام است؟

۴ (۴)

۳ (۳)

۲ (۲)

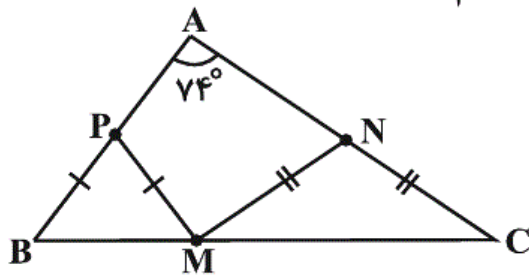
۱ (۱)

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پایه ، هندسه و استدلال ، هندسه - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۱۵- در مثلث  $ABC$  که  $\hat{A} = 74^\circ$  نقاط  $M$ ،  $N$  و  $P$  به ترتیب روی اضلاع  $BC$ ،  $AC$  و  $AB$  طوری

قرار دارند که  $BP = PM$  و  $MN = NC$ ، زاویه  $\hat{PMN}$  کدام است؟



(۱)  $89^\circ$

(۲)  $53^\circ$

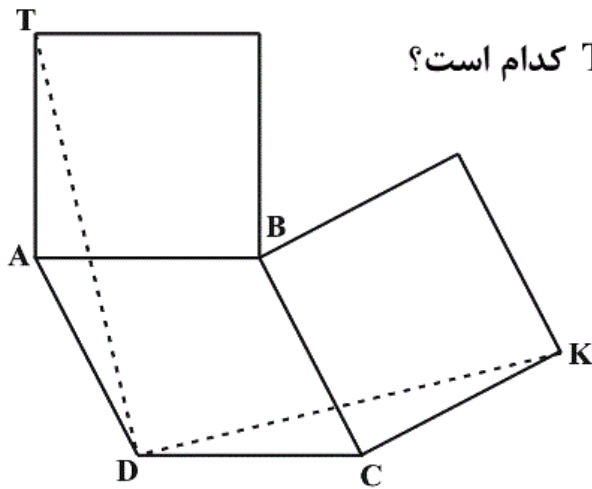
(۳)  $74^\circ$

(۴)  $56^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- در شکل زیر، روی دو ضلع مجاور متوازی الاضلاع  $ABCD$ ، دو مربع رسم شده‌اند. اگر کوچک‌ترین

زاویه متوازی الاضلاع  $50^\circ$  باشد، اندازه زاویه  $TDK$  کدام است؟



(۱)  $70^\circ$

(۲)  $80^\circ$

(۳)  $90^\circ$

(۴)  $100^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- در مثلث  $ABC$ ،  $\hat{A} = 64^\circ$ ، نقطه  $N$  روی ضلع  $BC$  چنان است که  $AB = BN$  و نقطه  $M$

روی امتداد  $BC$  در سمت  $C$  چنان است که  $AC = CM$ . اندازه  $\hat{MAN}$  کدام است؟

(۴)  $32^\circ$

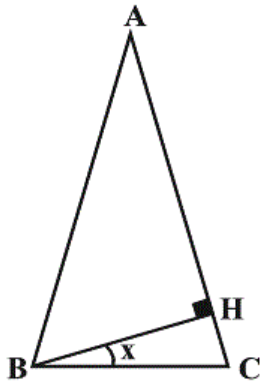
(۳)  $64^\circ$

(۲)  $36^\circ$

(۱)  $56^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- در شکل زیر مثلث  $(AB = AC)ABC$  متساوی الساقین است و ارتفاع  $BH$  نصف ساق  $AC$



است. زاویه  $x$  کدام است؟

(۱)  $10^\circ$

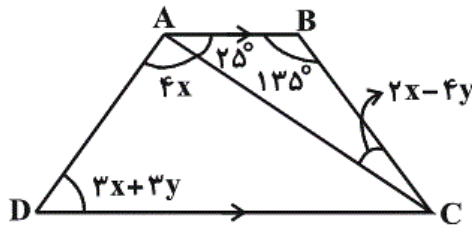
(۲)  $12/5^\circ$

(۳)  $15^\circ$

(۴)  $20^\circ$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- در ذوزنقهی شکل زیر، اندازهی زاویهی  $D$  چند درجه است؟



(۱)  $60^\circ$

(۲)  $65^\circ$

(۳)  $70^\circ$

(۴)  $75^\circ$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی، ریاضی پایه، مساحت و قضیه فیثاغورس، هندسه - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۲۰- مساحت هشت ضلعی منتظم به ضلع ۲ کدام است؟

(۴)  $4 + 4\sqrt{2}$

(۳)  $8 + 8\sqrt{2}$

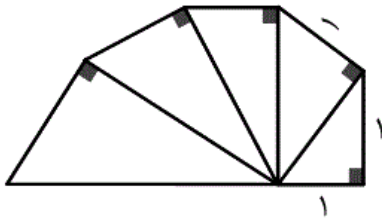
(۲)  $8 + 4\sqrt{2}$

(۱)  $4 + 8\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۱- مثلث‌های قائم‌الزاویه که در یک رأس مشترک و اندازه‌ی یک ضلع قائم آنها ۱ واحد است، چنان رسم

می‌شوند که ضلع قائم دیگر آن‌ها، وتر مثلث قبلی است. مساحت نهمین مثلث کدام است؟



(۱)  $\frac{3}{4}$

(۲)  $\frac{5}{4}$

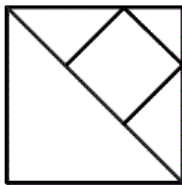
(۳)  $\sqrt{2}$

(۴)  $\frac{3}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- در شکل زیر هر دو چهارضلعی مربع‌اند، مساحت مربع بزرگ‌تر چند برابر مساحت کوچک‌ترین مثلث

است؟



(۱) ۱۲

(۲) ۱۶

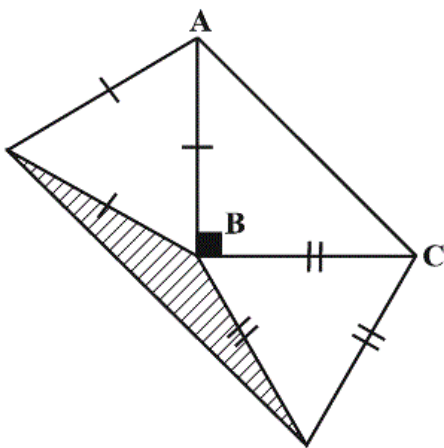
(۳) ۱۸

(۴) ۲۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- مطابق شکل زیر روی دو ضلع مثلث قائم‌الزاویه‌ای، ۲ مثلث متساوی‌الاضلاع بنا شده است. مساحت

مثلث هاشورخورده چند برابر مساحت مثلث قائم‌الزاویه است؟



(۱)  $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

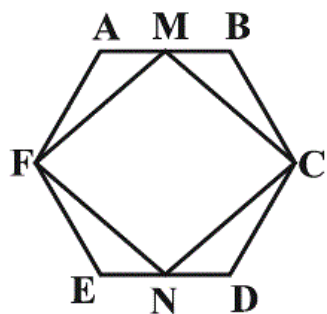
(۲)  $\frac{1}{2}$

(۳)  $\frac{\sqrt{3}}{2}$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- در شکل زیر M و N وسط دو ضلع از شش ضلعی منتظم به ضلع ۴ هستند. مساحت چهارضلعی MCNF



کدام است؟

(۱)  $۱۶\sqrt{۳}$

(۲)  $۳۲\sqrt{۳}$

(۳)  $۸\sqrt{۳}$

(۴)  $۲۴\sqrt{۳}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، تابع ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

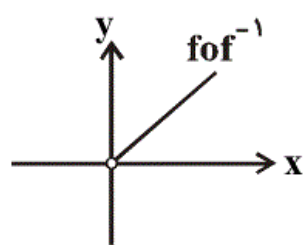
۱۰۳-

(مسئله اسفینی)

ابتدا ضابطه‌ی  $f$  را ساده می‌کنیم:  $f(x) = e^{x \ln 2} = e^{\ln 2^x} = 2^x$

از طرفی می‌دانیم معکوس تابع  $f(x) = 2^x$  به صورت  $f^{-1}(x) = \log_2 x$  است که دامنه‌ی آن  $D_{f^{-1}} = (0, +\infty)$  است.

از طرفی می‌دانیم  $f \circ f^{-1}(x) = x$  که  $x \in D_{f^{-1}}$  است و چون



$D_{f^{-1}} = (0, +\infty)$  است، پس نمودار آن به صورت

زیر است:

در نهایت با حل معادله‌ی  $f \circ f^{-1}(x) = x^2$  تعداد جواب‌ها را می‌یابیم:

$$f \circ f^{-1}(x) = x^2 \Rightarrow x = x^2 \Rightarrow x^2 - x = 0$$

$$\Rightarrow x(x-1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = 1$$

اما چون  $x = 0$  در دامنه‌ی تابع  $f \circ f^{-1}(x)$  قرار ندارد، پس تنها جواب

معادله  $x = 1$  است. (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۴ تا ۳۹ و ۵۰ تا ۵۷)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹)

۴

۳

۲ ✓

۱

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، توابع نمایی و لگاریتمی ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۰۳

۱۰۴-

(مسئله گلزاری)

صفر تابع  $x = -10/1$  است، پس  $\log(-10/1 \times a + b) = 0$  در نتیجه

$-10/1 \times a + b = 1$ . از طرفی برای تعیین دامنه‌ی تابع لگاریتم، باید عبارت

$ax + b$  مثبت باشد در نتیجه مقادیر  $x$  باید بزرگ‌تر یا کوچک‌تر از ریشه‌ی

عبارت  $ax + b$  (بسته به علامت  $a$ ) باشد. بنابراین  $-10 \times a + b = 0$ . با حل

این دو معادله مقادیر  $a$  و  $b$  به دست می‌آید:  $a = -10$  و  $b = -100$  حالا

مقدار  $\log \sqrt{ab}$  برابر است با  $\log \sqrt{10000}$  یعنی  $\frac{3}{2}$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴ ✓

۳

۲

۱



(امین نصرالله)

$$\begin{cases} e^x - 1 = 3 - 2e^x \Rightarrow 4 = 3e^x \Rightarrow e^x = \frac{4}{3} \Rightarrow x = \text{Ln} \frac{4}{3} = \alpha \\ e^x - 1 = 2e^x - 3 \Rightarrow e^x = 2 \Rightarrow x = \text{Ln} 2 = \beta \end{cases}$$

$$\alpha + \beta = \text{Ln} 2 + \text{Ln} \frac{4}{3} = \text{Ln} \frac{8}{3}$$

$$e^{\alpha+\beta} = e^{\log_e \frac{8}{3}} = \frac{8}{3}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

(ریاضی ۲، صفحه ۱۱۰)

۴

۳

۲✓

۱

(مسین هاپیلو)

نکته: اگر تعداد باکتری‌ها در زمان  $t_1$  برابر  $n_1$ ، در زمان  $t_2$  برابر  $n_2$  و در زمان  $t_3$  برابر  $n_3$  باشد، به طوری که  $t_3 = \frac{t_1 + t_2}{2}$ ، بین تعداد باکتری‌ها رابطه‌ی  $n_2 = \sqrt{n_1 n_3}$  برقرار است، اگر تعداد باکتری‌ها در دقیقه‌ی ۲۰م  $x$  را در نظر بگیریم، تعداد باکتری‌ها در دقیقه‌ی ۴۰م برابر  $9x$  است، پس داریم:

$$(27000)^2 = x \times 9x \Rightarrow (27000)^2 = (3x)^2$$

$$3x = 27000 \Rightarrow x = 9000 \Rightarrow 9x = 81000$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

۴

۳✓

۲

۱

(رسول مسنی منش)

ابتدا معکوس تابع را می‌یابیم:

$$y = \log_3(x-1) \Rightarrow 3^y = x-1 \Rightarrow x = 3^y + 1$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = 3^x + 1$$

پس  $y = \sqrt{4 - (3^x + 1)}$  است، در نتیجه داریم:

$$4 - (3^x + 1) \geq 0 \Rightarrow 3 - 3^x \geq 0 \Rightarrow 3^1 \geq 3^x \Rightarrow x \leq 1$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۱۰)

تنها عدد طبیعی این بازه، یک است.

۴

۳

۲✓

۱

(میلاد منصوری)

$$\begin{aligned} \log_2(2 + \sqrt{3}) - \log_2(2 - \sqrt{3}) &= \log_2 \frac{2 + \sqrt{3}}{2 - \sqrt{3}} \\ &= \log_2 \frac{(2 + \sqrt{3})^2}{1} \\ &= \log_2(4 + 3 + 4\sqrt{3}) = \log_2(7 + \sqrt{48}) \end{aligned}$$

□۴
□۳✓
□۲
□۱

(امین نصرالله)

$$\begin{aligned} 32 + \frac{e^{0.2t}}{100} &= 35 \Rightarrow e^{0.2t} = 300 \Rightarrow 0.2t = \ln 300 \\ \Rightarrow 0.2t &= \ln 3 + \ln 100 = \ln 3 + \frac{2}{\log e} = 1.05 + \frac{2}{0.43} \\ &\simeq 1.05 + 4.65 = 5.7 \\ \Rightarrow 0.2t &= 5.7 \Rightarrow t = \frac{570}{2} = 285 \end{aligned}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۸)

□۴
□۳
□۲✓
□۱

(حسین فاطیلو)

$0.2 < 0.4 < 1 \Rightarrow (0.2)^1 < 0.4 < (0.2)^0 \Rightarrow 0 < \log_{0.2}^{0.4} < 1$   
 از آن جا که  $0 < \log_{0.2}^{0.4} < 1$ ، تابع  $f(x) = (\log_{0.2}^{0.4})^x$  نزولی است و بیش‌ترین مقدار بُرد آن (با شرط  $f: [-1, 2] \rightarrow \mathbf{R}$ ) به‌ازای  $x = -1$  به دست می‌آید.

$$f_{\max} = (\log_{0.2}^{0.4})^{-1} = \log_{0.4}^{0.2}$$

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰۲ تا ۱۰۹)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

□۴✓
□۳
□۲
□۱

ابتدا عبارت‌ها را ساده کنیم:

$$\sqrt[6]{8\sqrt{32}} = \sqrt[6]{8 \times 2^2} = \sqrt[6]{2^{3+5}} = \sqrt[6]{2^{11}} = 2^{\frac{11}{6}} = 2^{\frac{11}{6}}$$

$$2^3\sqrt[3]{4\sqrt{2}} = 2^3\sqrt[3]{2^2 \times 2^{\frac{1}{2}}} = 2^3\sqrt[3]{2^{\frac{5}{2}}} = 2^3 \times 2^{\frac{5}{6}} = 2^{3+\frac{5}{6}} = 2^{\frac{11}{6}}$$

$$\log_{\frac{11}{2^6}}^{\frac{11}{2^6}} = \frac{11}{11} \log_{\frac{11}{2^6}}^{\frac{11}{2^6}} = \frac{6}{11} = \frac{1}{2}$$

پس حاصل می‌شود:

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۰ و ۱۱۱) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱

(حسین اسفینی)

-۱۰۲

دامنه‌ی معادله  $x > 2$  است. ریشه‌های معادله را به دست می‌آوریم:

$$\log(3x+1) + 2 \log \sqrt{x-2} = \frac{1}{2} \log(x^2 - 2x+1) + \log(x+2)$$

$$\Rightarrow \log(3x+1) + \log(\sqrt{x-2})^2 = \frac{1}{2} \log(x-1)^2 + \log(x+2)$$

$$\xrightarrow{x>2} \log(3x+1) + \log(x-2) = \log(x-1) + \log(x+2)$$

$$\Rightarrow \log(3x+1)(x-2) = \log(x-1)(x+2)$$

$$\Rightarrow 3x^2 - 5x - 2 = x^2 + x - 2 \Rightarrow 2x^2 - 6x = 0$$

$$\Rightarrow 2x(x-3) = 0$$

$$\Rightarrow x = 0, 3 \text{ (} x = 0 \text{ غیر قابل قبول است، چون در دامنه نیست.)}$$

پس  $\alpha = 3$  و در نتیجه  $4\alpha + 13 = 25$  است که لگاریتمش در مبنای ۵

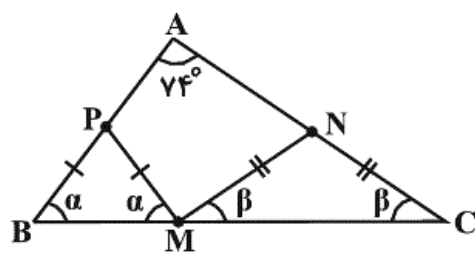
برابر است با ۲. (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۱۱ تا ۱۱۷) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۰ و ۵۱)

۴

۳

۲ ✓

۱



$$\Delta ABC: \alpha + \beta + 74^\circ = 180^\circ$$

$$M \text{ حول نقطه‌ی } \hat{M}: \alpha + \beta + \hat{PMN} = 180^\circ \Rightarrow \hat{PMN} = 74^\circ$$

(هندسه و استرلاال) (هندسه ا، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

۴

۳ ✓

۲

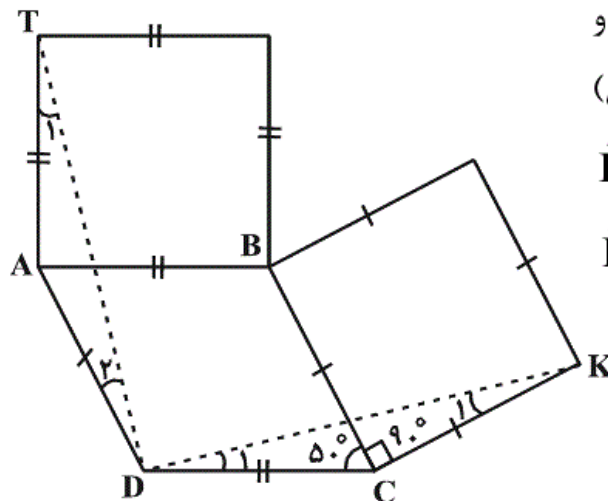
۱

(رسول ممسنی منش)

-۱۱۶

در متوازی‌الاضلاع داده‌شده، زاویه‌ها  $50^\circ$  و  $130^\circ$  هستند. قبل از هر کاری به مثلث  $CDK$  نگاه کنید که در آن جا

$$\hat{D}_1 + \hat{K}_1 = 40^\circ \text{ است پس داریم: } (\hat{D}_1 + \hat{K}_1) + \hat{D}_2 = 180^\circ$$



از طرفی مثلث‌های  $CDK$  و

$ADT$  بنا بر حالت (ضرض)

هم‌نهشت‌اند، پس  $\hat{D}_2 = \hat{K}_1$

است. یعنی  $\hat{D}_2 + \hat{D}_1 = 40^\circ$

و در نتیجه داریم:

$$\hat{TDK} = \hat{D} - \hat{D}_1 - \hat{D}_2 = 130^\circ - 40^\circ = 90^\circ$$

(هندسه و استرلاال) (هندسه ا، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

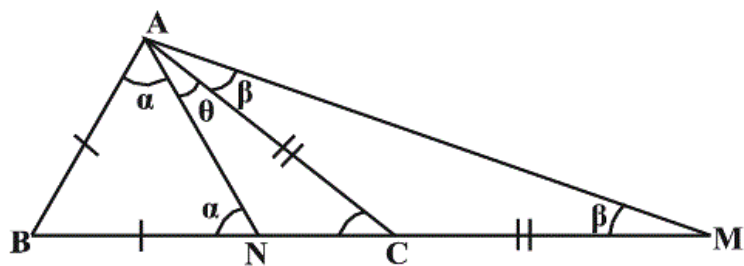
۴

۳ ✓

۲

۱

مطابق داده‌های مسأله  $\hat{A} = 64^\circ$  است، پس  $\alpha + \theta = 64^\circ$ .



زاویه  $\hat{ACB} = 2\beta$ ، زاویه خارجی مثلث  $ACM$  است پس  $\hat{ACB} = 2\beta$  و  $\hat{ANB}$  هم زاویه خارجی مثلث  $AMN$  است. پس:

$$\alpha = \hat{MAN} + \beta = 2\beta + \theta$$

در مثلث  $\triangle ABC$  داریم:

$$\begin{aligned} \hat{A} = \alpha + \theta = 64^\circ &\Rightarrow (2\beta + \theta) + \theta = 64^\circ \Rightarrow 2\beta + 2\theta = 64^\circ \\ &\Rightarrow \theta + \beta = 32^\circ \end{aligned}$$

که همان زاویه  $\hat{MAN}$  است.

(هندسه و استرلا) (هندسه ا، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(رسول ممسنی منش)

وقتی  $BH$  نصف  $AC$  است باید نصف  $AB$  هم باشد.

پس در مثلث قائم‌الزاویه  $ABH$ ، داریم:

$$\hat{B}_1 = 60^\circ \text{ و } \hat{A} = 30^\circ \text{ با توجه به این که}$$

$$\hat{B} = \hat{C} = 60^\circ + x = 75^\circ \text{ است، داریم:}$$

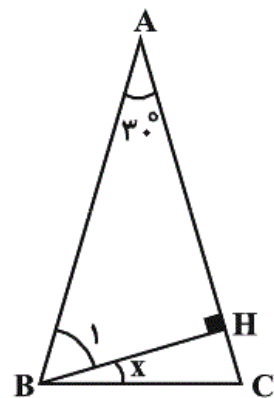
$$\Rightarrow x = 15^\circ$$

(هندسه و استرلا) (هندسه ا، صفحه‌های ۲۲ تا ۲۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱


(بهره‌آورد طالبی)

در مثلث  $ABC$  داریم:  $25^\circ + 135^\circ + 2x - 4y = 180^\circ$  (۱) ومجموع زوایای  $\hat{A}$  و  $\hat{D}$  برابر  $180^\circ$  (۲) است. در نتیجه داریم:

$$(1) \quad 25^\circ + 135^\circ + 2x - 4y = 180^\circ \Rightarrow x - 2y = 10^\circ$$

$$(2) \quad \hat{A} + \hat{D} = 180^\circ \Rightarrow 25^\circ + 4x + 3x + 3y = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 7x + 3y = 155^\circ \Rightarrow x = 20^\circ, y = 5^\circ$$

پس زاویه  $D$  برابر است با:

$$3x + 3y = 3(25^\circ) = 75^\circ$$

(هندسه و استرلا) (هندسه ۱، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

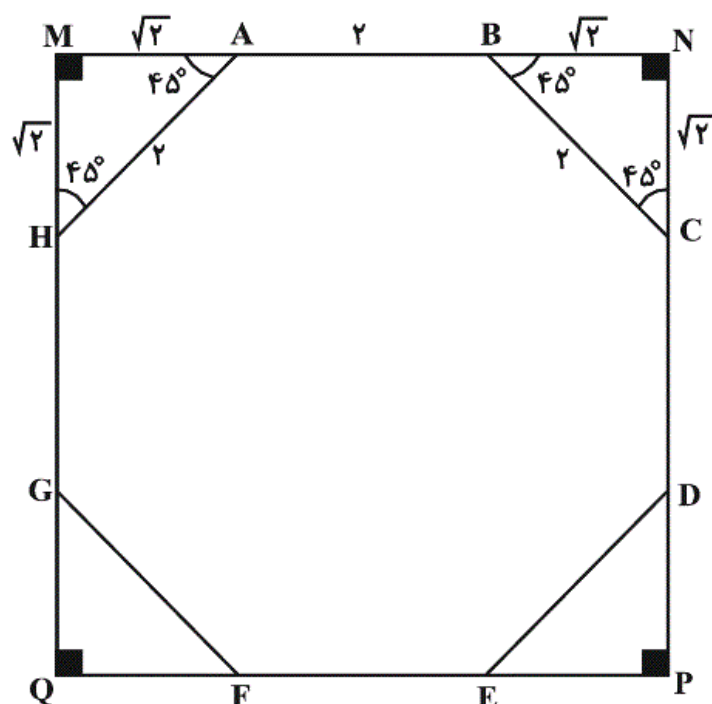
ریاضی ، ریاضی پایه ، مساحت و قضیه فیثاغورس ، هندسه - ۱۳۹۵۱۰۰۳

(رسول ممسنی منش)

اضلاع هشت ضلعی را امتداد می دهیم تا یک مربع پدید آید. هر زاویه داخلی ۸ ضلعی منتظم،  $135^\circ$  است پس هر زاویه مثلث کناری،  $45^\circ$  خواهد بود و اندازه‌ی هر ضلعش  $\frac{\sqrt{2}}{2}(2) = \sqrt{2}$  است. بنابراین ضلع مربع  $2 + 2\sqrt{2}$  است. حالا که اضلاع مربع و مثلث‌ها را داریم، مساحت را محاسبه می‌کنیم:

$$S_{\text{ضلعی ۸}} = S_{\text{مربع}} - 4S_{\text{مثلث کناری}} = (2 + 2\sqrt{2})^2 - 4\left(\frac{\sqrt{2} \times \sqrt{2}}{2}\right)$$

$$= 4 + 8 + 8\sqrt{2} - 4 = 8 + 8\sqrt{2}$$



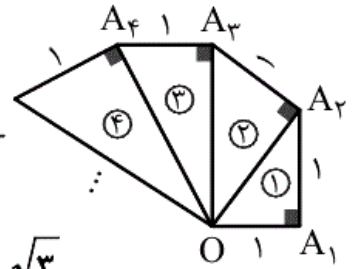
(مساحت و قفسه‌ی فیثاغورس) (هنرسه ۱، مشابه تمرین ۲۰، صفحه‌ی ۶۷)

۴

۳✓

۲

۱



مثلث اول :  $\Delta OA_1 A_2 : OA_1 = 1$

مثلث دوم :  $\Delta OA_2 A_3 : OA_2 = \sqrt{1^2 + 1^2} = \sqrt{2}$

مثلث سوم :  $\Delta OA_3 A_4 : OA_3 = \sqrt{(\sqrt{2})^2 + 1} = \sqrt{3}$

⋮

مثلث نهم :  $\Delta OA_9 A_{10} : OA_9 = \sqrt{9} = 3$

$$\Rightarrow S(\Delta OA_9 A_{10}) = \frac{1}{2} OA_9 \times A_9 A_{10} = \frac{1}{2} \times 3 \times 1 = \frac{3}{2}$$

(مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۹ و ۶۴)

۴

۳

۲

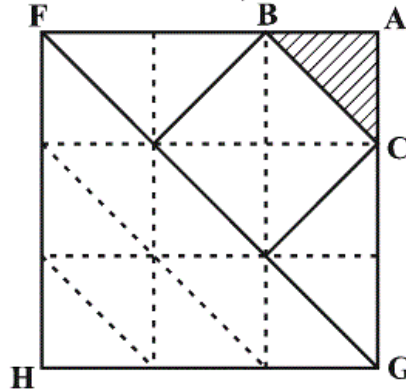
۱

طبق فرض، چهارضلعی BCDE مربع است، پس  $BE = BC = \sqrt{2}x$  و در مثلث قائم‌الزاویه‌ی متساوی‌الساقین BEF، داریم:

$$BF = \sqrt{2} BE = \sqrt{2}(\sqrt{2}x) = 2x$$

پس:

$$\frac{S(\Delta AGHF)}{S(\Delta ABC)} = \frac{AF^2}{\frac{1}{2} AB \times AC} = \frac{(3x)^2}{\frac{1}{2} x(x)} = 18$$



راه حل دوم: مطابق شکل با رسم خط‌چین‌ها، مربع AFHG به ۱۸ مثلث همنهشت با مثلث ABC تقسیم شده است، پس مساحت آن ۱۸ برابر مساحت مثلث ABC است.

(مساحت و قضیه‌ی فیثاغورس) (هندسه ۱، صفحه‌های ۳۸ تا ۴۲ و ۵۶ تا ۵۹)

۴

۳

۲

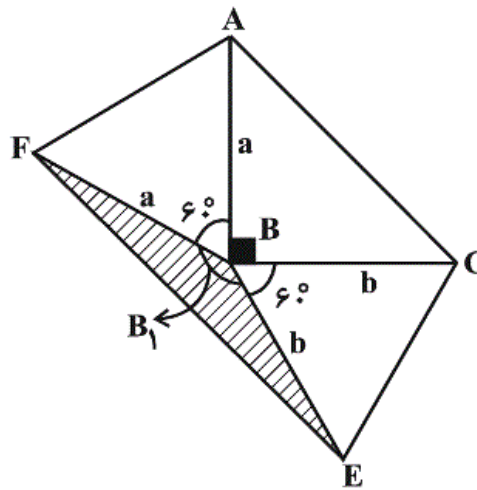
۱



(مهردار ملوندی)

زاویه  $B_1$  برابر است با  $360^\circ - (60^\circ + 60^\circ + 90^\circ) = 150^\circ$ 

در نتیجه داریم:



$$\frac{S_{\triangle BFE}}{S_{\triangle ABC}} = \frac{\frac{1}{2} BF \times BE \times \sin \hat{B}_1}{\frac{1}{2} AB \times BC}$$

$$= \frac{a \times b \times \sin 150^\circ}{a \times b} = \frac{1}{2}$$

$$\text{تذکر: } \sin(150^\circ) = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه ا، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۶)

۴

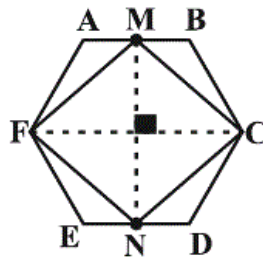
۳

۲ ✓

۱

(نوید میدی)

چون مثلث‌های تشکیل شده هم‌نهشت‌اند، چهارضلعی حاصل، لوزی است پس مساحتش از رابطه‌ی « نصف حاصل ضرب اندازه‌ی قطرهای » به دست می‌آید، اندازه‌ی قطرهای این لوزی برابر با قطرهای کوچک و بزرگ ۶ ضلعی منتظم است، پس داریم:



$$MN = \text{قطر کوچک} = a\sqrt{3} = 4\sqrt{3}$$

$$FC = \text{قطر بزرگ} = 2a = 8$$

$$\Rightarrow S = \frac{1}{2} \times 4\sqrt{3} \times 8 = 16\sqrt{3}$$

(مساحت و قضیه فیثاغورس) (هندسه ا، صفحه‌های ۴۷ و ۴۲)

۴

۳

۲

۱ ✓

www.kanoon.ir