



www.riazisara.ir **سایت ویژه ریاضیات**

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۲۱- تیراندازی ۶۰ درصد تیرهایش به هدف می‌خورد. احتمال آن که او در ۳ بار تیراندازی فقط یک‌بار به هدف بزند، کدام است؟

- (۱) ۰/۲۶۴ (۲) ۰/۲۸۸ (۳) ۰/۳۱۲ (۴) ۰/۳۴۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۲- ظرف A شامل ۴ مهره‌ی سفید و ۴ مهره‌ی سیاه و ظرف B شامل ۵ مهره‌ی سیاه و ۲ مهره‌ی سفید است. مهره‌ای به تصادف از ظرف A برداشته و در ظرف B قرار می‌دهیم. حال یکی از ظرف‌ها را به تصادف انتخاب کرده و مهره‌ای به تصادف از آن خارج می‌کنیم. با کدام احتمال مهره‌ی خارج‌شده سفید است؟

- (۱) $\frac{5}{32}$ (۲) $\frac{13}{32}$ (۳) $\frac{5}{16}$ (۴) $\frac{21}{32}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۳- احتمال پیشامد آن که مجموع عددهای رو شده در پرتاب تاس‌ها کم‌تر از پنج باشد، در فضای نمونه‌ای پرتاب دو تاس، چند برابر احتمال این پیشامد در فضای نمونه‌ای پرتاب سه تاس است؟

- (۱) ۱ (۲) ۴ (۳) ۹ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، تابع ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۲۴- اگر مجموع مربعات جواب‌های معادله‌ی $m + 2x + m(x^2 + 1) + x^3 = m$ برابر ۱۲ باشد، m کدام است؟

- (۱) ± 2 (۲) $\pm \sqrt{5}$ (۳) ± 4 (۴) $\pm \sqrt{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۵- تابع خطی f مفروض است. اگر نمودار دو تابع f و f^{-1} محور xها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کنند. $f^{-1}(2)$ کدام است؟

- (۱) -۱ (۲) صفر (۳) ۱ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۲۶- اگر $f(x) = x + [x]$ و $g(x) = x - [x]$ ، آن‌گاه ضابطه‌ی تابع $y = fog(x)$ برابر کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) $f(x)$ (۲) $g(x)$ (۳) $(f + g)(x)$ (۴) $(f - g)(x)$

شما پاسخ نداده اید

۱۲۷- در یک دنباله‌ی هندسی نامتناهی، مجموع سه جمله‌ی اول برابر ۱۴ و مجموع سه جمله‌ی دوم برابر $\frac{7}{4}$ است. مجموع همه

جملات دنباله کدام است؟

- (۱) ۲۰ (۲) ۲۴ (۳) ۱۸ (۴) ۱۶

شما پاسخ نداده اید

۱۲۸- دنباله‌ی $\left\{ \frac{n \cos(n\pi)}{n+1} \right\}$ چگونه است؟

- (۱) صعودی - کراندار (۲) نه صعودی نه نزولی - کراندار
(۳) نزولی - غیر کراندار (۴) نه صعودی نه نزولی - غیر کراندار

شما پاسخ نداده اید

۱۲۹- اگر $x=1$ یک جواب معادله $\log_2^{x+a} = \log_2^x + 2$ باشد، جواب دیگر معادله کدام است؟
 (۱) ۸ (۲) ۴ (۳) ۲ (۴) معادله جواب دیگری ندارد.

شما پاسخ نداده اید

۱۳۰- جواب کلی معادله $\cot 2x = 1 + \cot x$ کدام است؟

- (۱) $k\pi \pm \frac{\pi}{4}$ (۲) $k\pi - \frac{\pi}{4}$ (۳) $k\pi + \frac{\pi}{4}$ (۴) $\frac{k\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۳۲- در پرتاب یک تاس، اگر عدد زوج ظاهر شود، یک تیرانداز مجاز است ۴ تیر رها کند، در غیر این صورت ۳ تیر رها می‌کند.

می‌دانیم احتمال موفقیت در هر تیر رها شده $\frac{2}{3}$ است. با کدام احتمال، فقط ۲ بار موفقیت حاصل می‌شود؟

- (۱) $\frac{8}{27}$ (۲) $\frac{10}{27}$ (۳) $\frac{11}{27}$ (۴) $\frac{13}{27}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، ترکیبیات ، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۳۱- اگر در یک سالن دو ردیف صندلی و هر ردیف شامل ۷ صندلی باشد، به چند طریق ۵ دانش‌آموز اول دبیرستان و ۴ دانش‌آموز

دوم دبیرستان می‌توانند روی آن‌ها بنشینند به طوری که اولی‌ها در ردیف اول باشند؟

- (۱) $12 \times 9!$ (۲) $21 \times 9!$ (۳) ۷۳۵ (۴) $P(7,5) P(7,4)$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، تابع ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۳۳- به ازای کدام مقدار m نمودار تابع $y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6$ بر نیمساز ناحیه‌ی اول محورهای مختصات، مماس است؟

- (۱) -۴ (۲) ۴ و -۱۲ (۳) -۴ و ۱۲ (۴) ۱۲

شما پاسخ نداده اید

۱۳۴- مجموعه جواب نامعادله $|x - 5| < 2x - 4$ ، به کدام صورت است؟

- (۱) $(1, 5)$ (۲) $(1 - \sqrt{6}, 1 + \sqrt{6})$ (۳) $(1, 5) \cup (1 + \sqrt{6}, +\infty)$ (۴) $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۵- اگر $x^2 + x < 0$ باشد، حاصل $[x^4] + [x^3] + [x^2] + [x]$ کدام است؟ ([] علامت جزء صحیح است.)

- (۱) -۲ (۲) -۱ (۳) صفر (۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

۱۳۶- تابع $f(x) = |2x - 6| - |x + 1|$ در یک بازه، صعودی است. ضابطه‌ی معکوس آن در این بازه، کدام است؟

- (۱) $-x + 7; x > 8$ (۲) $\frac{1}{3}x + 2; x > 3$ (۳) $x + 7; x > -4$ (۴) $\frac{1}{4}x - 1; -4 < x < 8$

شما پاسخ نداده اید

۱۳۷- اعداد طبیعی فرد را به طریقی دسته‌بندی می‌کنیم که تعداد جملات در هر دسته، برابر شماره‌ی آن دسته باشد،

... , (۱۱, ۹, ۷) , (۵, ۳) , (۱). مجموع دو جمله‌ی اول و آخر دسته‌ی سی‌ام، کدام است؟

- (۱) ۱۷۰۰ (۲) ۱۷۵۰ (۳) ۱۸۰۰ (۴) ۱۸۵۰

شما پاسخ نداده اید

۱۳۹- تعداد باکتری‌ها در یک نوع کشت، بعد از t دقیقه به صورت $f(t) = Ae^{kt}$ است. اگر تعداد این باکتری‌ها در شروع کشت ۸۰۰

و در دقیقه‌ی بیستم برابر ۳۲۰۰ باشد، در دقیقه‌ی سی‌ام تعداد آنها کدام است؟

- (۱) ۴۸۰۰ (۲) ۵۶۰۰ (۳) ۶۴۰۰ (۴) ۷۲۰۰

شما پاسخ نداده اید

۱۴۰- در معادله‌ی مثلثاتی $\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$ ، مجموع تمام جواب‌ها در بازه‌ی $[0, \pi]$ ، کدام است؟

- (۱) $\frac{3\pi}{4}$ (۲) $\frac{5\pi}{4}$ (۳) $\frac{3\pi}{2}$ (۴) $\frac{7\pi}{4}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، دنباله و تصاعد ، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۳۸- جملات دنباله‌ی ... , $\frac{2}{39999}$, $\frac{2}{3999}$, $\frac{2}{399}$, $\frac{2}{39}$ ، به یک عدد ثابت و گویا، بسیار نزدیک می‌شود. جمله‌ی دهم

دنباله‌ی تفاضل آنها از این عدد ثابت کدام است؟

- (۱) 10^{-11} (۲) 10^{-10} (۳) 10^{-9} (۴) 2×10^{-10}

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

-۱۲۱

(بهرام طالبی)

با توجه به دستور توزیع دو جمله‌ای داریم:

$$P(x=1) = \binom{3}{1} (0/6)^1 (0/4)^2 = 3(0/6)(0/16) = 0/288$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ تا ۱۹)

۴

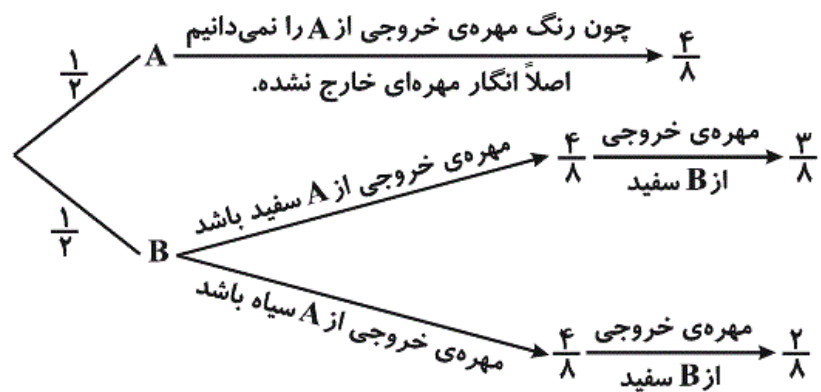
۳

۲

۱

-۱۲۲

(حسین اسفینی)



$$P = \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times \frac{3}{8} + \frac{1}{2} \times \frac{4}{8} \times \frac{2}{8}$$

$$\Rightarrow P = \frac{1}{4} + \frac{3}{32} + \frac{1}{16} \Rightarrow P = \frac{8+3+2}{32} = \frac{13}{32}$$

(احتمال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۹) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۴)

۴

۳

۲

۱

برای پرتاب دو تاس داریم:

مجموع عددهای روشده	۲	۳	۴
تعداد حالتها	۱	۲	۳

$$\Rightarrow P_1 = \frac{1+2+3}{6^2} = \frac{1}{6}$$

برای پرتاب سه تاس، در حالت‌های زیر مجموع عددهای رو شده کم‌تر از

$$(1,1,1), (2,1,1), (1,2,1), (1,1,2) \Rightarrow P_2 = \frac{4}{6^3}$$

پنج است:

$$\Rightarrow \frac{P_1}{P_2} = \frac{\frac{1}{6}}{\frac{4}{6^3}} = \frac{6^3}{6 \times 4} = 9$$

(امتثال) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۶ تا ۱۲)

۴

۳✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی، تابع، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۲۴

چون یک جواب معادله صفر است، بنابراین مجموع مربعات جواب‌های معادله‌ی $x^2 + mx + 2 = 0$ برابر ۱۲ است. در نتیجه اگر S و P به ترتیب مجموع و حاصل ضرب جواب‌های معادله‌ی فوق باشند، داریم:

$$S^2 - 2P = 12 \Rightarrow \text{مجموع مربعات جوابها}$$

$$\Rightarrow (-m)^2 - 2(2) = 12 \Rightarrow m = \pm 4$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۵ تا ۲۷)

۴

۳✓

۲

۱

(معدی ملارمفانی)

نمودار تابع f محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع کرده است. بنابراین:

$$f(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \in f \Rightarrow (0, 1) \in f^{-1}$$

از طرفی نمودار f^{-1} نیز محور x ها را در نقطه‌ای به طول یک قطع می‌کند،

$$f^{-1}(1) = 0 \Rightarrow (1, 0) \in f^{-1}$$

بنابراین:

بنابراین معادله‌ی f^{-1} به صورت زیر محاسبه می‌شود. دقت کنید که چون f خطی است، پس f^{-1} نیز خطی است.

$$f^{-1}(x) = ax + b \Rightarrow \begin{cases} (0, 1) \in f^{-1} \Rightarrow 1 = 0 + b \Rightarrow b = 1 \\ (1, 0) \in f^{-1} \Rightarrow a + b = 0 \xrightarrow{b=1} a = -1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow f^{-1}(x) = -x + 1 \Rightarrow f^{-1}(2) = -2 + 1 = -1$$

(توابع و معادلات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۴۱ تا ۴۳ و ۴۹ تا ۵۴)

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۳۵ تا ۳۸)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میثم ممزه لویی)

ابتدا توجه کنید که: $0 \leq x - [x] < 1 \Rightarrow [x - [x]] = 0$

ضابطه $f \circ g$ را تشکیل می‌دهیم:

$$f(g(x)) = f(x - [x]) = x - [x] + \underbrace{[x - [x]]}_{\text{بین صفر و یک}} = x - [x] + 0$$

$$\Rightarrow f(g(x)) = x - [x] = g(x)$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲، ۳۴ و ۳۵)

۴

۳

۲ ✓

۱

$$a_4 + a_5 + a_6 = \frac{Y}{4} \Rightarrow a_1 q^3 + a_1 q^4 + a_1 q^5 = \frac{Y}{4}$$

$$\Rightarrow a_1 q^3 (1 + q + q^2) = \frac{Y}{4} (**)$$

با تقسیم طرفین تساوی (*) و (**) بر هم داریم:

$$\frac{a_1 q^3 (1 + q + q^2)}{a_1 (1 + q + q^2)} = \frac{\frac{Y}{4}}{14} \Rightarrow q^3 = \frac{1}{8} \Rightarrow q = \frac{1}{2}$$

با جایگذاری مقدار q در تساوی (*) داریم:

$$a_1 \left(1 + \frac{1}{2} + \frac{1}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1 \left(\frac{7}{4}\right) = 14 \Rightarrow a_1 = 8$$

در نتیجه مجموع همه‌ی جملات دنباله برابر است با:

$$S_\infty = \frac{a_1}{1 - q} = \frac{8}{1 - \frac{1}{2}} = \frac{8}{\frac{1}{2}} = 16$$

(توابع و معادلات) (ریاضی ۲، صفحه‌های ۱۰ تا ۱۳) (ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۴۴)

۴

۳

۲

۱

(بابک سادات)

-۱۲۸

از آن جا که $\cos n\pi = (-1)^n$ ، بنابراین:

$$a_n = \frac{n(-1)^n}{n+1} \Rightarrow \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n n}{n+1}$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{(-1)^n n}{n} = \lim_{n \rightarrow \infty} (-1)^n = \pm 1 \quad \text{واگرا و کراندار:}$$

از طرفی جملات دنباله به صورت مقابل هستند:

$$-\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, -\frac{3}{4}, \dots$$

پس دنباله نه صعودی و نه نزولی است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۵ تا ۴۷)

۴

۳

۲

۱

(فرهاد نامی)

 $x = 1$ یک جواب معادله است. پس در معادله صدق می‌کند:

$$\log_2^{(1+a)} = \log_2^2 + 2 \Rightarrow \log_2^{(1+a)} = 3$$

$$\Rightarrow 1 + a = 8 \Rightarrow a = 7$$

حال با قرار دادن $a = 7$ ، معادله را حل می‌کنیم:

$$\log_2^{x+7} = \log_2^{\frac{2}{x}} + 2 \Rightarrow \log_2^{x+7} - \log_2^{\frac{2}{x}} = 2$$

$$\log_2^{\frac{x+7}{2}} = 2 \Rightarrow \log_2^{\frac{x^2+7x}{2}} = 2$$

$$\Rightarrow \frac{x^2+7x}{2} = 2^2 = 4 \Rightarrow x^2+7x=8$$

$$\Rightarrow x^2+7x-8=0 \Rightarrow \begin{cases} x=1 \\ x=-8 \end{cases}$$

[۴] ✓

[۳]

[۲]

[۱]

(آرش رحیمی)

از آن جا که $\cot x - \tan x = 2 \cot 2x$ داریم:

$$\Rightarrow \cot x - \tan x = 1 + \cot x \Rightarrow -\tan x = 1 \Rightarrow \tan x = -1$$

$$\Rightarrow x = k\pi - \frac{\pi}{4}$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

[۴]

[۳]

[۲] ✓

[۱]

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

احتمال برخورد ۲ تیر از ۴ تیر به هدف:

$$\binom{4}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^2 = 6 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{9} = \frac{24}{81} = \frac{8}{27}$$

احتمال برخورد ۳ تیر از ۴ تیر به هدف:

$$\binom{3}{2} \left(\frac{2}{3}\right)^2 \left(\frac{1}{3}\right)^1 = 3 \times \frac{4}{9} \times \frac{1}{3} = \frac{12}{27}$$

$$P(A) = \frac{1}{2} \times \frac{8}{27} + \frac{1}{2} \times \frac{12}{27} = \frac{20}{54} = \frac{10}{27}$$

(احتمال) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه، ترکیبیات، احتمال - ۱۳۹۵۱۰۲۴

۱۳۱-

(سؤال ۱۳۵ کتاب آبی)

ابتدا ۵ دانش‌آموز اول دبیرستان را در ردیف اول جای می‌دهیم. به این ترتیب که ابتدا از میان ۷ صندلی، ۵ صندلی را به $\binom{7}{5}$ طریق انتخاب کرده و سپس ۵ دانش‌آموز سال اولی به ۵! حالت می‌توانند روی ۵ صندلی انتخابی از ردیف اول بنشینند. حال که ۵ دانش‌آموز اول دبیرستانی در ردیف اول نشسته‌اند، ۹ صندلی (۲ صندلی ردیف اول و ۷ صندلی ردیف دوم) خالی مانده است. بنابراین برای نشستن ۴ دانش‌آموز دوم دبیرستان ابتدا ۴ صندلی از ۹ صندلی باقی‌مانده را انتخاب کرده و ۴ دانش‌آموز سال دومی، به ۴! طریق می‌توانند روی آن صندلی‌های انتخابی بنشینند. بنابراین تعداد حالت‌ها به کمک اصل ضرب برابر می‌شود با:

$$\begin{aligned} \binom{7}{5} \times 5! \times \binom{9}{4} \times 4! &= \frac{7!}{5!2!} \times 5! \times \frac{9!}{4!5!} \times 4! = \frac{7! \times 9!}{5! \times 2!} \\ &= \frac{7 \times 6 \times 5! \times 9!}{2 \times 5!} = 21 \times 9! \end{aligned}$$

(آنالیز ترکیبی) (ریاضی ۲، تمرین ۷، صفحه‌های ۱۸۰ و ۱۸۶)

۴

۳

۲

۱

برای آن که نمودارهای دو تابع بر هم مماس باشند، باید معادله‌ی حاصل از تلاقی آن‌ها دارای ریشه‌ی مضاعف باشد.

$$\begin{cases} y = 2x^2 + (m+1)x + m + 6 \\ y = x \end{cases} \text{ : تابع مورد نظر سؤال}$$

$$\text{نیمساز ناحیه‌ی اول : } y = x$$

$$\Rightarrow 2x^2 + (m+1)x + m + 6 = x$$

$$\Rightarrow 2x^2 + mx + (m+6) = 0$$

برای آن که معادله‌ی اخیر که یک معادله‌ی درجه دوم است دارای ریشه‌ی مضاعف باشد، باید $\Delta = 0$ ، پس:

$$m^2 - 4(2)(m+6) = 0 \Rightarrow m^2 - 8m - 48 = 0$$

$$\Rightarrow (m-12)(m+4) = 0 \Rightarrow \begin{cases} m = 12 \\ m = -4 \end{cases}$$

به ازای مقادیر به دست آمده برای m ، ریشه‌ی معادله‌ی تلاقی که طول نقطه‌ی تماس نمودار دو تابع است را به دست می‌آوریم:

$$\begin{cases} m = 12 \Rightarrow 2x^2 + 12x + 18 = 0 \Rightarrow 2(x+3)^2 = 0 \Rightarrow x = -3 \\ m = -4 \Rightarrow 2x^2 - 4x + 2 = 0 \Rightarrow 2(x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1 \end{cases}$$

به ازای $m = 12$ ، طول نقطه‌ی تلاقی $x = -3$ خواهد بود که در ناحیه‌ی اول قرار ندارد. با توجه به اینکه در صورت سؤال تأکید شده است نمودار تابع بر نیمساز ناحیه‌ی اول مماس است، فقط مقدار $m = -4$ را می‌پذیریم.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۰ تا ۲۵)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با تعیین علامت عبارت داخل قدرمطلق و حذف آن، نامعادله را حل می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} x \geq 0 : |x| = x \\ \longrightarrow (x-4)(x) < 2x-5 \Rightarrow x^2 - 6x + 5 < 0 \\ \Rightarrow 1 < x < 5 \quad (*) \\ x < 0 : |x| = -x \\ \longrightarrow (x-4)(-x) < 2x-5 \Rightarrow x^2 - 2x - 5 > 0 \\ x < 1 - \sqrt{6} \text{ یا } x > 1 + \sqrt{6} \xrightarrow{x < 0} x < 1 - \sqrt{6} \quad (**) \end{array} \right.$$

پس مجموعه‌ی جواب نامعادله که از اجتماع جواب‌های (*) و (**) حاصل

می‌شود برابر است با: $(-\infty, 1 - \sqrt{6}) \cup (1, 5)$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

(سراسری تهرانی فارغ از کشور - ۸۸)

اگر $x^2 + x < 0$ باشد، آنگاه $-1 < x < 0$ خواهد بود، لذا:

$$-1 < x < 0 \Rightarrow [x] = -1$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^2 < 1 \Rightarrow [x^2] = 0$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow -1 < x^3 < 0 \Rightarrow [x^3] = -1$$

$$-1 < x < 0 \Rightarrow 0 < x^4 < 1 \Rightarrow [x^4] = 0$$

$$[x] + [x^2] + [x^3] + [x^4] = -1 + 0 - 1 + 0 = -2$$

پس:

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۹ تا ۳۲)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

با توجه به شیب خط‌های حاصل، تابع f در فاصله‌ی $x > 3$ صعودی است (ضریب x مثبت است). پس ضابطه‌ی معکوس تابع را در این فاصله می‌یابیم:

$$f(x) = x - 7 \text{ و } x > 3$$

$$y = x - 7 \Rightarrow x = y + 7 \Rightarrow \text{تابع معکوس } y = x + 7$$

دامنه‌ی تابع معکوس که همان برد تابع f است، به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$x > 3 \Rightarrow x - 7 > -4 \Rightarrow f^{-1} \text{ دامنه‌ی } x > -4$$

پس ضابطه‌ی تابع معکوس عبارت است از: $y = x + 7$ و $x > -4$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۲۷ تا ۲۹، ۳۲، ۳۳ و ۳۵ تا ۳۹)

۴

۳

۲

۱

-۱۳۷

(سراسری تهرپی - ۹۴)

دسته‌ی اول ۱ جمله، دسته‌ی دوم ۲ جمله و دسته‌ی سوم سه جمله و ... دارند، پس در دسته‌ی بیست و نهم که ۲۹ جمله دارد تعداد جملات استفاده شده برابر است با $\frac{29 \times 30}{2} = 435$ یعنی اولین عدد دسته‌ی سی‌ام برابر است با جمله‌ی ۴۳۶ ام دنباله‌ی اعداد فرد طبیعی.

$$a_n = 2n - 1$$

$$a_{436} = 2(436) - 1 = 871 = a'_1 \text{ اولین جمله‌ی دسته‌ی سی‌ام:}$$

و چون دسته‌ی سی‌ام ۳۰ جمله دارد، جمله‌ی سی‌ام آن برابر است با:

$$a'_{30} = a'_1 + 29d = 871 + 29(2) = 929$$

$$\Rightarrow a'_1 + a'_{30} = 871 + 929 = 1800$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۴۰ تا ۴۳)

(ریاضی ۲، صفحه‌های ۶ تا ۱۰)

۴

۳

۲

۱

$$f(t) = Ae^{kt} \Rightarrow \begin{cases} f(0) = Ae^0 = A \\ f(30) = Ae^{30k} \end{cases}$$

از طرفی با توجه به فرض سؤال $\begin{cases} f(0) = 800 \\ f(30) = 3200 \end{cases}$ ، با مقایسه‌ی این دو مقدار،

با دو مقداری که در بالا به دست آوردیم، داریم:

$$\begin{cases} A = 800 & (*) \\ Ae^{30k} = 3200 \xrightarrow{(*)} 800 \cdot e^{30k} = 3200 \end{cases}$$

$$\Rightarrow e^{30k} = \frac{3200}{800} \Rightarrow e^{30k} = 4 \quad (**)$$

$$f(t) = 800 \cdot e^{kt} \Rightarrow f(30) = 800 \cdot e^{30k}$$

$$\Rightarrow f(30) = 800 \cdot (e^{30k})^{\frac{3}{2}} \xrightarrow{(**)} f(30) = 800 \cdot (4)^{\frac{3}{2}}$$

$$\Rightarrow f(30) = 800 \cdot (2^2)^{\frac{3}{2}} \Rightarrow f(30) = 800 \times 8 = 6400$$

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۲ تا ۵۷)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

$$\sin 2x(\sin x + \cos x) = \cos 2x(\cos x - \sin x)$$

$$\Rightarrow \sin 2x \sin x + \sin 2x \cos x = \cos 2x \cos x - \cos 2x \sin x$$

$$\Rightarrow \sin 2x \cos x + \cos 2x \sin x = \cos 2x \cos x - \sin 2x \sin x$$

$$\Rightarrow \sin(2x + x) = \cos(2x + x) \Rightarrow \sin 3x = \cos 3x$$

$$\xrightarrow{\text{تقسیم بر } \cos 3x \neq 0} \frac{\sin 3x}{\cos 3x} = 1 \rightarrow \tan 3x = 1$$

$$\Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{12}$$

بنابراین جواب‌های این معادله در بازه $[0, \pi]$ عبارتند از $\frac{\pi}{12}$ ، $\frac{5\pi}{12}$ و $\frac{9\pi}{12}$

که مجموع این جواب‌ها برابر $\frac{5\pi}{4}$ است.

(توابع و معادلات) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۵۹ تا ۶۴)

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه، دنباله و تصاعد، توابع و معادلات - ۱۳۹۵۱۰۲۴

-۱۳۸

(سراسری ریاضی - ۹۴)

اگر جمله‌ی عمومی دنباله داده شده را با توجه به جملات آن یعنی

$a_1 = 2/3^9$ و $a_2 = 2/3^{99}$ و $a_3 = 2/3^{999}$ و ... به صورت

$a_n = 2/3^{\underbrace{999\dots 9}_n}$ در نظر بگیریم، در این صورت جمله‌ی دهم آن به

صورت مقابل است: $a_{10} = 2/3^{\underbrace{999\dots 9}_{10}}$

همچنین جملات این دنباله به عدد ثابت و گویای $2/4$ نزدیک یا همگرا

می‌شوند.

 ۴

 ۳

 ۲

 ۱