



سایت ویژه ریاضیات [www.riazisara.ir](http://www.riazisara.ir)

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، کاربردهای مشتق - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۱۱۱- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sqrt[5]{x^5 - 5x^4}$  در  $x = x_0$  دارای نقطه‌ی بحرانی است. مجموعه‌ی مقادیر  $x_0$  کدام است؟

- (۱)  $\{0, 4\}$  (۲)  $\{0, 5\}$  (۳)  $\{4, 5\}$  (۴)  $\{0, 4, 5\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مقدار می‌نیمم مطلق تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = e^x \cdot \sqrt[3]{x}$  در بازه‌ی  $[-1, 2]$  به‌ازای کدام مقدار  $x$  به‌دست می‌آید؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $-\frac{1}{3}$  (۳) صفر (۴)  $2$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- کدام گزینه به‌ترتیب نوع و طول اکسترمم نسبی تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x \cdot \ln 2x$  را نشان می‌دهد؟

- (۱) می‌نیمم،  $\frac{1}{2e}$  (۲) می‌نیمم،  $\frac{e}{2}$  (۳) ماکسیمم،  $\frac{1}{2e}$  (۴) ماکسیمم،  $\frac{e}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- تقعر نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2x^2(12 - x^2)$  در بازه‌ی  $(a, b)$  رو به بالا است. بیش‌ترین مقدار  $b - a$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $2\sqrt{2}$  (۳)  $2\sqrt{6}$  (۴)  $4$

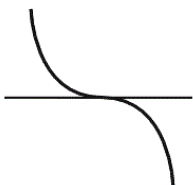
شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- کدام گزینه طول یک نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \sin 2x + 4 \cos x$  است؟

- (۱) صفر (۲)  $\frac{\pi}{6}$  (۳)  $\frac{\pi}{2}$  (۴)  $\frac{5\pi}{6}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- نمودار تابع  $y = 3x^5 - 10x^3 + 3$  در حوالی نقطه‌ای با کدام طول به صورت مقابل است؟



- (۱) صفر (۲)  $1$  (۳)  $\sqrt{2}$  (۴)  $-\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۷- به‌ازای کدام مقدار  $m$ ، خط به معادله‌ی  $x + y = 2m$  مجانب مایل منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{\frac{x^3 + 4x^2}{x+2}}$  است؟

- (۱)  $-1$  (۲)  $1$  (۳)  $-\frac{1}{2}$  (۴)  $\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- مجانب‌های تابع هموگرافیک با ضابطه‌ی  $f(x) = ax + \frac{bx^2}{x-1} + 2$  روی نیمساز ناحیه‌ی چهارم متقاطع‌اند.  $b$  کدام است؟

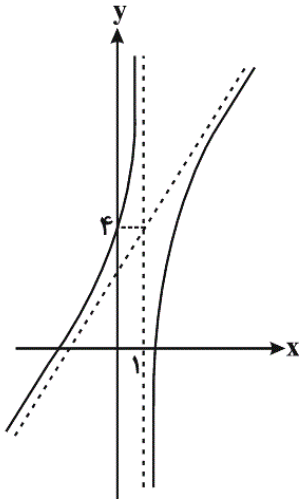
(۴) -۳

(۳) ۳

(۲) -۱

(۱) ۱

شما پاسخ نداده اید



۱۱۹- نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \frac{ax^2 + b}{2x + c}$  به صورت مقابل است. یک جواب معادله‌ی  $f(x) = 0$  کدام است؟

کدام است؟

(۱)  $\sqrt{2}$

(۲)  $\sqrt{3}$

(۳)  $1/5$

(۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

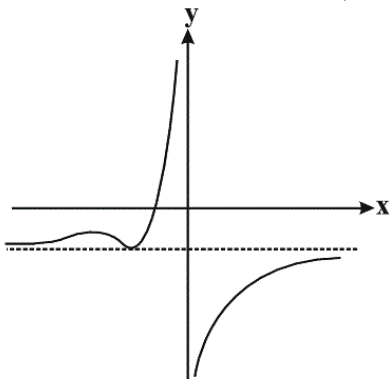
۱۲۰- شکل زیر نمودار منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{x^3 + x^2 + ax + 1}{b - x^3}$  را نشان می‌دهد.  $a + b$  کدام است؟

(۱) ۱

(۲) -۱

(۳) ۲

(۴) -۲



شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، مشتق ، مشتق توابع - ۱۳۹۵۱۲۲۰

۱۰۱- معادله‌ی خط قائم بر منحنی به معادله‌ی  $y = \frac{1}{x}$  در نقطه‌ای به طول  $x=2$  واقع بر آن کدام است؟

(۲)  $y = 0/25x$

(۱)  $y = -0/25x + 1$

(۴)  $y = -4x + 8/5$

(۳)  $y = 4x - 7/5$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & ; x \geq 1 \\ 16x - 9 & ; x < 1 \end{cases}$  در نقطه‌ی  $x=1$  مشتق‌پذیر است.  $a - b$  کدام است؟

(۴) -۱۰

(۳) ۱۰

(۲) ۱۷

(۱) -۱۷

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- آهنگ متوسط تغییر تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = x^2 - \sqrt{3x+1}$  نسبت به تغییر  $x$  در بازه‌ی  $[1,5]$ ، چند برابر آهنگ لحظه‌ای

تغییر آن در ابتدای این بازه است؟

- (۱)  $\frac{2}{2}$  (۲)  $\frac{3}{2}$  (۳)  $\frac{4}{4}$  (۴)  $\frac{6}{4}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- اگر  $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = 2$ ، آن‌گاه مشتق تابع  $y = f(\tan \pi x - 1)$  در  $x = 1$  کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $-2$  (۳)  $2\pi$  (۴)  $-2\pi$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- یکی از خط‌های مماس بر منحنی به معادله‌ی  $y = (x+2)^2$ ، محور  $x$  ها را در یک نقطه با طول یک قطع می‌کند. مجموع طول

و عرض نقطه‌ی تماس منحنی با خط مورد نظر کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $10$  (۳)  $20$  (۴)  $40$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- اگر  $f(x) = (x^2 - x - 2)^2$  و  $g(x) = \left(\frac{x+2}{x+1}\right)^2$ ، آن‌گاه حاصل  $f'(1)g(1) + f(1)g'(1)$  کدام است؟

- (۱)  $12$  (۲)  $-12$  (۳)  $6$  (۴)  $-6$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- مشتق چپ و راست تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = |ax + b|$  در  $x = 2$  به ترتیب برابر  $-3$  و  $3$  است. مقدار مثبت  $b$  کدام است؟

- (۱)  $6$  (۲)  $3$  (۳)  $\frac{1}{5}$  (۴)  $\frac{0.75}{1}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- نمودار تابع با ضابطه‌ی  $f(x) = 2^x - 2$  محور  $x$  ها را با زاویه‌ی  $\alpha$  قطع می‌کند. مقدار  $\tan \alpha$  کدام است؟

- (۱)  $\text{Ln} 4$  (۲)  $\text{Ln} 2$  (۳)  $\frac{2}{\text{Ln} 2}$  (۴)  $1$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- از رابطه‌ی  $2x^2 + \sin 2y = 2 + \text{Ln}(1+y^2)$ ، آهنگ لحظه‌ای تغییر  $y$  نسبت به تغییر  $x$  در نقطه‌ای با طول منفی که عرض

آن صفر است، کدام است؟

- (۱)  $2$  (۲)  $-2$  (۳)  $\frac{1}{2}$  (۴)  $-\frac{1}{2}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۰- سرعت نزول تابع به معادله‌ی  $y = \cos x$  در نقاطی با کدام طول بیش‌ترین مقدار خود را دارد؟ ( $k \in \mathbb{Z}$ )

- (۱)  $2k\pi + \pi$  (۲)  $2k\pi$  (۳)  $2k\pi - \frac{\pi}{2}$  (۴)  $2k\pi + \frac{\pi}{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، کاربردهای مشتق - ۱۳۹۵۱۲۲۰

$$\Rightarrow f'(x) = \frac{5x^4 - 20x^3}{5\sqrt[5]{(x^5 - 5x^4)^4}} = \frac{5x^3(x-4)}{5\sqrt[5]{(x^4(x-5))^4}}$$

با توجه به ضابطه‌ی  $f'$ ،  $f'(x)$  در  $x=0$  و  $x=5$  تعریف نمی‌شود و در  $x=4$  مقدار آن صفر است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ و ۱۶)

۴

۳

۲

۱

-۱۱۲

(مسئله فابیلو)

$$f(x) = e^x \cdot x^{\frac{1}{3}} \Rightarrow f'(x) = e^x x^{\frac{1}{3}} + e^x \left(\frac{1}{3} x^{-\frac{2}{3}}\right)$$

$$\Rightarrow f'(x) = e^x \cdot \sqrt[3]{x} + \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} e^x = (3x+1) \frac{e^x}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

عبارت  $\frac{e^x}{3\sqrt[3]{x^2}}$  همواره مثبت است، پس علامت  $f'$  با علامت  $(3x+1)$

یکسان است، یعنی تابع در بازه‌ی  $(-\infty, -\frac{1}{3})$  نزولی و در بازه‌ی

$(-\frac{1}{3}, +\infty)$  صعودی است، پس کم‌ترین مقدار آن روی بازه‌ی  $[-1, 2]$

به‌زای  $x = -\frac{1}{3}$  به‌دست می‌آید.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳ تا ۱۶)

۴

۳

۲

۱

(مسئله مصطفی ابراهیمی)

$$f'(x) = \ln 2x + x \left( \frac{2}{2x} \right) = 1 + \ln 2x = 0 \Rightarrow \ln 2x = -1$$

$$\Rightarrow 2x = e^{-1} = \frac{1}{e} \Rightarrow x = \frac{1}{2e}$$

حالا مشتق را تعیین علامت می‌کنیم. توجه کنید که دامنه‌ی تابع  $(0, +\infty)$  است.

$x$	$0$	$\frac{1}{2e}$	$+\infty$
$1 + \ln 2x$	$-$	$+$	$+$

$\swarrow$   
 $\searrow$   
 min

البته اگر تعیین علامت مشتق برایتان دشوار است می‌توانید از آزمون مشتق دوم استفاده کنید.

$$y'' = \frac{2}{2x} = \frac{1}{x} \xrightarrow{x = \frac{1}{2e}} y'' = \frac{1}{\frac{1}{2e}} = 2e > 0 \Rightarrow \text{نقطه می‌نیمم است.}$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹ و ۸۳ تا ۹۵)

۴

۳

۲

۱ ✓

(مسئله فایلو)

$$f(x) = 2x^2(12 - x^2) \Rightarrow f(x) = -2x^4 + 24x^2$$

$$\Rightarrow f'(x) = -8x^3 + 48x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -24x^2 + 48 = 24(2 - x^2)$$

$x$	$-\sqrt{2}$	$\sqrt{2}$	$\Rightarrow \max(b-a) = \sqrt{2} - (-\sqrt{2}) = 2\sqrt{2}$
$f''(x)$	$-$	$+$	$-$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مسئله فایلو)

$$f(x) = \sin 2x + 4 \cos x \Rightarrow f'(x) = 2 \cos 2x - 4 \sin x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -4 \sin 2x - 4 \cos x = -8 \sin x \cos x - 4 \cos x$$

$$\Rightarrow f''(x) = -4 \cos x (2 \sin x + 1)$$

با توجه به ضابطه‌ی  $f''$  و گزینه‌ها، علامت  $f''$  در  $x = \frac{\pi}{2}$  عوض می‌شود و

این نقطه یکی از نقاط عطف تابع است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

(میثم ممزه لویی)

طول نقطه‌ی مورد نظر را  $a$  در نظر می‌گیریم. در سمت چپ این نقطه تقعر روبه بالا و در سمت راست آن تقعر رو به پایین است. بنابراین از تابع، مشتق دوم می‌گیریم و مشتق دوم را تعیین علامت می‌کنیم.

$$y' = 15x^4 - 30x^2 \Rightarrow y'' = 60x^3 - 60x = 0$$

$$\Rightarrow 60x(x^2 - 1) = 0 \Rightarrow \begin{cases} x = 0 \\ x = \pm 1 \end{cases}$$

$x$	-۱	۰	۱
$y''$	-	+	-
$y$	$\cap$	$\cup$	$\cup$

با توجه به جدول، طول نقطه‌ی مورد نظر  $x = 0$  است.

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۴)

۴

۳

۲

۱ ✓

(آرش رحیمی)

در عبارت زیر رادیکال با تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، داریم:

$$y = \sqrt{\frac{x^3 + 4x^2}{x+2}} = \sqrt{x^2 + 2x - 4 + \frac{8}{x+2}}$$

از آن جا که  $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{8}{x+2} = 0$ ، مجانب‌های مایل منحنی مورد نظر سؤال

با مجانب‌های مایل منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{x^2 + 2x - 4}$  یکسان است.

منحنی به معادله‌ی  $y = \sqrt{ax^2 + bx + c}$  با شرط  $a > 0$  دارای دو مجانب

مایل به معادله‌های  $y = \pm \sqrt{a} \left( x + \frac{b}{2a} \right)$  است، پس:

$$\begin{cases} y = x + 1 \\ y = -x - 1 \end{cases} \xrightarrow{y = -x + 2m} 2m = -1$$

$$\Rightarrow m = -\frac{1}{2}$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۸ تا ۱۰۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

$$= \frac{(a+b)x^2 + (2-a)x - 2}{x-1}$$

برای آن که این تابع هموگرافیک باشد، باید ضریب  $x^2$  در صورت کسر صفر باشد، یعنی باید  $a+b=0$ ، که در این صورت:

$$f(x) = \frac{(2-a)x - 2}{x-1} \Rightarrow \begin{cases} \text{مجانِب قائم: } x=1 \\ \text{مجانِب افقی: } y=2-a \end{cases}$$

بنابراین باید نقطه‌ی  $(1, 2-a)$  روی نیمساز ناحیه‌ی چهارم (با معادله‌ی

$$y = -x) \text{ قرار داشته باشد: } 2-a = -1 \Rightarrow a = 3 \xrightarrow{a+b=0} b = -3$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۵ تا ۱۰۱ و ۱۰۷)

۴ ✓

۳

۲

۱

-۱۱۹

(امین نصراله)

از آن جا که  $x=1$  مجانب قائم نمودار است، مخرج کسر به‌ازای این مقدار صفر می‌شود:

$$2(1) + c = 0 \Rightarrow c = -2$$

با تقسیم صورت کسر بر مخرج آن، داریم:

$$f(x) = \frac{a}{2}x + \frac{a}{2} + \frac{a+b}{2x-2}$$

پس معادله‌ی مجانب مایل به‌صورت  $y = \frac{a}{2}x + \frac{a}{2}$  است که با توجه به

نمودار، از نقطه‌ی  $(1, 4)$  می‌گذرد، یعنی:

$$4 = \frac{a}{2} + \frac{a}{2} \Rightarrow a = 4$$

از طرفی:

$$f(0) = 4 \Rightarrow \frac{b}{-2} = 4 \Rightarrow b = -8$$

$$\Rightarrow f(x) = \frac{4x^2 - 8}{2x - 2}$$

$$f(x) = 0 \Rightarrow 4x^2 - 8 = 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{2}$$

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۰۳ تا ۱۰۷)

۴

۳

۲

۱



(مهم مصطفی ابراهیمی)

چون مجانب قائم، منطبق بر محور  $y$  ها (با معادله  $x=0$ ) است، پس  
مخرج به ازای  $x=0$  باید صفر شود پس  $b=0$ . مجانب افقی تابع را  
به دست می آوریم:

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{x^3 + x^2 + ax + 1}{-x^3} = -1$$

طبق نمودار، تابع بر مجانب افقی اش مماس است. معادله ی تقاطع آن با  
مجانب افقی اش باید ریشه ی مضاعف داشته باشد.

$$\frac{x^3 + x^2 + ax + 1}{-x^3} = -1 \Rightarrow x^3 + x^2 + ax + 1 = x^3 \Rightarrow x^2 + ax + 1 = 0$$

$$\Delta = 0 \Rightarrow a^2 - 4 = 0 \Rightarrow \begin{cases} a = 2 \\ a = -2 \end{cases}$$

طول نقطه ی تماس منحنی با مجانب افقی اش منفی است.

$$a = 2 \Rightarrow \text{معادله ی تقاطع: } x^2 + 2x + 1 = (x+1)^2 = 0 \Rightarrow x = -1$$

$$a = -2 \Rightarrow \text{معادله ی تقاطع: } x^2 - 2x + 1 = (x-1)^2 = 0 \Rightarrow x = 1$$

بنابراین  $a = 2$ ، پس  $a + b = 2 + 0 = 2$ .

(کاربرد مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه های ۹۵ تا ۱۰۷)

۴

۳ ✓

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش دانشگاهی، مشتق، مشتق توابع - ۱۳۹۵۱۲۲۰

(فائزه رضایی بقا)

-۱۰۱

$$y = \frac{1}{x} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} \Rightarrow y'(2) = \frac{-1}{4}$$

$$\Rightarrow \text{شیب خط عمود} = \frac{-1}{y'(2)} = 4$$

$$\Rightarrow \text{معادله ی خط قائم: } y - \frac{1}{2} = 4(x - 2) \Rightarrow y = 4x - 7/5$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه های ۶۵ و ۶۶)

۴

۳ ✓

۲

۱

(امین نصراله)

باید تابع در  $x=1$  پیوسته باشد و مشتق چپ و راست آن در این نقطه با هم برابر باشند.

$$f(x) \Rightarrow \begin{cases} ax^2 + bx + 2 & ; x \geq 1 \\ 16x - 9 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow a(1)^2 + b(1) + 2 = 16(1) - 9 \Rightarrow a + b = 5 \quad (1)$$

$$f'(x) = \begin{cases} 2ax + b & ; x \geq 1 \\ 16 & ; x < 1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow 2a(1) + b = 16 \Rightarrow 2a + b = 16 \quad (2)$$

$$(1), (2) \Rightarrow \begin{cases} a = 11 \\ b = -6 \end{cases} \Rightarrow a - b = 17$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۷۴، مشابه تمرین ۱۴)

 ۴ ۳ ۲ ۱

(امین نصراله)

$$\begin{aligned} \text{آهنگ متوسط تغییر تابع در بازه‌ی } [1, 5] &= \frac{f(x_2) - f(x_1)}{x_2 - x_1} = \frac{f(5) - f(1)}{5 - 1} \\ &= \frac{21 - (-1)}{4} = \frac{22}{4} \end{aligned}$$

$$x=1 \text{ در } \text{آهنگ لحظه‌ای تغییر تابع} = f'(x) = 2x - \frac{3}{2\sqrt{3x+1}}$$

$$\Rightarrow f'(1) = 2 - \frac{3}{4} = \frac{5}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{\text{آهنگ متوسط}}{\text{آهنگ لحظه‌ای}} = \frac{\frac{22}{4}}{\frac{5}{4}} = \frac{22}{5} = 4 \frac{2}{5}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

(مشتق) (ریاضی ۳، صفحه‌های ۱۲۲ تا ۱۳۰)

 ۴ ۳ ۲ ۱

حد داده شده، تعریف مشتق تابع  $f$  در  $x = -1$  است. بنابراین:  $f'(-1) = 2$

$$\xrightarrow{(*)} y'(1) = \pi(2) = 2\pi$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

 ۴ ۳ ۲ ۱

نقطه‌ی تماس را  $(\alpha, (\alpha+2)^2)$  در نظر می‌گیریم، داریم:

$$y' = 2(x+2) \Rightarrow \text{خط مماس } L: y - (\alpha+2)^2 = 2(\alpha+2)(x - \alpha)$$

$$\xrightarrow{(1,0) \in L} 0 - (\alpha+2)^2 = 2(\alpha+2)(1 - \alpha)$$

$$\Rightarrow 2(\alpha+2)(1 - \alpha) + (\alpha+2)^2 = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha+2)(2(1 - \alpha) + (\alpha+2)) = 0$$

$$\Rightarrow (\alpha+2)(4 - \alpha) = 0$$

$$\Rightarrow \begin{cases} \alpha = -2 \Rightarrow \text{نقطه‌ی تماس } (-2, 0) \\ \alpha = 4 \Rightarrow \text{نقطه‌ی تماس } (4, 36) \end{cases}$$

نقطه‌ی تماس  $(-2, 0)$  قابل قبول نیست، چون که در این نقطه، تابع

$y = (x+2)^2$  بر محور  $x$ ها مماس است و محور  $x$ ها، خط مماس بر

منحنی تابع است که محور  $x$ ها را قطع نمی‌کند بلکه بر آن منطبق است.

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۶۹، مشابه تمرین ۳ و صفحه‌های ۶۵ و ۶۶)

 ۴ ✓

 ۳

 ۲

 ۱

(مهری ملارمفانی)

می‌دانیم  $f'(x)g(x) + f(x)g'(x) = (f \cdot g)'(x)$ ، داریم:

$$(f \cdot g)(x) = (x^2 - x - 2)^2 \left( \frac{x+2}{x+1} \right)^2 = (x+1)^2 (x-2)^2 \times \frac{(x+2)^2}{(x+1)^2}$$

$$= (x-2)^2 (x+2)^2 = (x^2 - 4)^2 \quad (x \neq -1)$$

$$\Rightarrow (f \cdot g)'(x) = (2x)(2(x^2 - 4)) \Rightarrow (f \cdot g)'(1) = -12$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۱ تا ۷۳)

 ۴

 ۳

 ۲ ✓

 ۱

یعنی در حالت کلی تابع  $a \neq 0$  و  $f(x) = |ax + b|$  در  $x = \frac{-b}{a}$  مشتق پذیر نیست و مشتق چپ و راست آن در این نقطه دو عدد قرینه هستند که همان شیب خط  $y = ax + b$  و قرینه‌ی آن (یعنی  $a$  و  $-a$ ) هستند. با توجه به توضیحات بالا، دو حالت امکان پذیر است:

$$a = 3, \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow b = -6$$

$$a = -3, \frac{-b}{a} = 2 \Rightarrow b = 6$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۹ تا ۷۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۸

(بهرام طالبی)

در نقطه‌ی تقاطع نمودار با محور  $x$  ها، داریم:

$$f(x) = 0 \Rightarrow 2^x - 2 = 0 \Rightarrow 2^x = 2 \Rightarrow x = 1$$

$$f(x) = 2^x - 2 \Rightarrow f'(x) = (2^x)(\ln 2) - 0$$

$\tan \alpha$  همان شیب خط مماس بر نمودار تابع  $f$  در  $x = 1$  است که برابر است با  $f'(1)$ .

$$\Rightarrow f'(1) = 2 \ln 2 \Rightarrow \tan \alpha = 2 \ln 2 = \ln 2^2 = \ln 4$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۵ تا ۷۹)

۴

۳

۲

۱ ✓

-۱۰۹

(حسین فایلو)

$$2x^2 + \sin 2y = 2 + \ln(1 + y^2) \xrightarrow{y=0} 2x^2 + 0 = 2 + 0$$

$$\Rightarrow x = \pm 1 \xrightarrow{x < 0} x = -1$$

$$2x^2 + \sin 2y = 2 + \ln(1 + y^2) \Rightarrow 4x + 2y' \cos 2y = 0 + \frac{2yy'}{1 + y^2}$$

$$\xrightarrow[y=0]{x=-1} -4 + 2y' = 0 \Rightarrow y' = 2$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۷۹ تا ۸۱)

۴

۳

۲

۱ ✓

(میثم حمزه لویی)

باید کمترین مقدار  $y'$  را در نقاطی که  $y'$  منفی است، بیابیم:

$$y = \cos x \Rightarrow y' = -\sin x$$

کمترین مقدار  $-\sin x$  برابر  $-۱$  است، بنابراین:

$$-\sin x = -۱ \Rightarrow \sin x = ۱ \Rightarrow x = ۲k\pi + \frac{\pi}{۲}$$

(مشتق) (ریاضی عمومی، صفحه‌های ۶۷ و ۶۸)

۴ ✓

۳

۲

۱

www.kanoon.ir