

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	a را چنان بیابید که یک جواب معادله ی $x^3 - 2x^2 + ax + 2 = 0$ ، برابر ۲ باشد سپس جواب های دیگر معادله را به دست آورید.	۱
۲	بیشترین مقدار تابع $f(x) = -x^2 + 4x + 1$ را تعیین کنید.	۰/۷۵
۳	عدد صحیحی را بیابید که جمع آن با جذرش برابر ۶ باشد.	۱/۲۵
۴	به کمک تعیین علامت عبارت داخل قدر مطلق، ضابطه ی $f(x) = x x-2 $ را بدون استفاده از قدر مطلق بنویسید.	۱
۵	آیا دو تابع $f(x) = \frac{x^2}{1+\sqrt{1+x^2}}$ و $g(x) = \sqrt{1+x^2} - 1$ با هم مساویند؟ چرا؟	۱/۲۵
۶	نمودار تابع $f(x) = \begin{cases} x^2 - 1 & x \leq 0 \\ -2 & 0 < x < 1 \\ 2x + 1 & x \geq 1 \end{cases}$ را رسم کنید سپس دامنه و برد آن را مشخص کنید.	۱/۲۵
۷	اگر $f = \{(0, 1), (1, 2), (3, 4)\}$ و $g = \{(-2, 1), (0, 0), (1, 5), (3, 3)\}$ دو تابع باشند: الف) $(f+g)(1)$ را به دست آورید. ب) تابع $\frac{f}{g}$ را به صورت زوج های مرتب مشخص کنید. ج) دامنه ی تابع $f \circ g$ را تعیین کنید.	۱/۵
۸	نشان دهید برای هر زاویه ی α داریم: $\cos 2\alpha = 2\cos^2 \alpha - 1$	۱/۲۵
۹	معادله ی $\sin x + \cos x = 1$ را حل کنید.	۱/۲۵
۱۰	مقدار $\tan^{-1}\left(\sin \frac{\pi}{4}\right)$ را حساب کنید.	۰/۵
۱۱	حد توابع زیر را در صورت وجود، محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x] - 3}$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x + 2}{x^2 - 1}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{1 - \cos x}$	۲

ادامه ی سوالات در صفحه ی دوم

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	ساعت شروع: ۱۰:۳۰ صبح	مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۱۰ / ۱۰ / ۱۳۹۰	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت ۵ ماه سال ۱۳۹۰		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات	نمره
۱۲	با رسم نمودار تابع $y = \sqrt{1-x} + 1$ ، مقدار حد را در اطراف نقطه‌ی $a=1$ بررسی کنید.	۱
۱۳	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} x^2(x-2) & x \leq 2 \\ 4-2x & x > 2 \end{cases}$ را در $x=2$ بررسی کنید.	۱
۱۴	اگر f تابع مشتق پذیری در نقطه‌ی a باشد و c عدد دلخواهی باشد، با محاسبه نشان دهید تابع cf نیز در نقطه‌ی a مشتق پذیر است و $(cf)'(a) = cf'(a)$.	۱
۱۵	مشتق توابع زیر را بیابید: (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \frac{3x^2+1}{x^3+2}$ ب) $g(x) = \tan^3 x + \sin^{-1} x$ ج) $h(x) = \sqrt[3]{x^5} - \cos 2x$	۲/۷۵
۱۶	معادله‌ی خط قائم بر نمودار تابع $f(x) = 2x^3 - 1$ را در نقطه‌ی ای به طول ۱ به دست آورید.	۱/۲۵
	«موفق باشید»	جمع ۲۰

باسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۱۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره						
۱	$(2)^x - 2(2)^x + a(2) + 2 = 0 \rightarrow a = -1 \quad (0/25)$ $x^x - 2x^x - x + 2 = 0 \rightarrow (x-2)(x^x - 1) = 0 \quad (0/25) \rightarrow x = -1 \quad (0/25), x = 1 \quad (0/25)$	۱						
۲	$x = \frac{-b}{2a} \quad (0/25) \rightarrow x = \frac{-4}{-2} = 2 \quad (0/25) \quad y = -4 + 8 + 1 = 5 \quad (0/25)$ بیشترین مقدار	۰/۷۵						
۳	$x + \sqrt{x} = 6 \quad (0/25) \quad (\sqrt{x})^2 = (6-x)^2 \quad (0/25) \rightarrow x = 36 - 12x + x^2$ $\rightarrow x^2 - 12x + 36 = 0 \rightarrow (x-9)(x-4) \quad (0/25) = 0 \rightarrow \begin{cases} x=4 & (0/25) \text{ قابل قبول} \\ x=9 & (0/25) \text{ غیر قابل قبول} \end{cases}$	۱/۷۵						
۴	$x-2=0 \rightarrow x=2$ $f(x) = \begin{cases} x^2 - 2x & x \geq 2 \\ -x^2 + 2x & x < 2 \end{cases} \quad (0/5)$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">x</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">2</td> <td></td> </tr> <tr> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">p</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">-</td> <td style="border: 1px solid black; padding: 2px;">+</td> </tr> </table>	x	2		p	-	+	۱
x	2							
p	-	+						
۵	$f(x) = \frac{x^x}{1 + \sqrt{1+x^x}} \times \frac{\sqrt{1+x^x}-1}{\sqrt{1+x^x}-1} = \frac{x^x(\sqrt{1+x^x}-1)}{x^x} = g(x) \quad (0/5)$ $D_g : 1+x^x \geq 0 \rightarrow D_g = R \quad (0/25)$ $D_f : \begin{cases} 1+x^x \geq 0 \\ 1+\sqrt{1+x^x} \neq 0 \rightarrow \sqrt{1+x^x} \neq -1 \end{cases} \Rightarrow D_f = R \quad (0/25)$ پس در تابع مساویند. $(0/25)$	۱/۷۵						

ادامه در صفحه ی بعد

باسمه تعالی

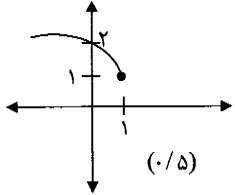
رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۱۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۶	$D_f = R \quad (0/25)$ $R_f = [-1, +\infty) \cup \{-2\} \quad (0/25)$	<p style="text-align: right;">(0/75)</p>
۷	الف) $(f+g)(1) = f(1) + g(1) = 2 + 5 = 7 \quad (0/5)$ ب) $\frac{f}{g} = \left\{ \left(1, \frac{2}{5}\right), \left(3, \frac{4}{3}\right) \right\} \quad (0/5)$ ج) $D_{f \circ g} = \{-2, 0, 3\} \quad (0/5)$	۷
۸	$\cos 2\alpha = \cos(\alpha + \alpha) = \cos \alpha \cos \alpha - \sin \alpha \sin \alpha \quad (0/5)$ $= \cos^2 \alpha - \sin^2 \alpha \quad (0/25) = \cos^2 \alpha - (1 - \cos^2 \alpha) \quad (0/25) = 2\cos^2 \alpha - 1 \quad (0/25)$	۸
۹	$\sin x + \cos x = \sqrt{2} \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = 1 \quad (0/25) \Rightarrow \sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \frac{1}{\sqrt{2}} = \frac{\sqrt{2}}{2} \quad (0/25)$ $\sin\left(x + \frac{\pi}{4}\right) = \sin \frac{\pi}{4} \quad (0/25) \Rightarrow \begin{cases} x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi \\ x + \frac{\pi}{4} = 2k\pi + \pi - \frac{\pi}{4} \Rightarrow x = 2k\pi + \frac{\pi}{2} \end{cases} \quad (0/5)$	۹
۱۰	$\tan^{-1}(1) \quad (0/25) = \frac{\pi}{4} \quad (0/25)$	۱۰
۱۱	الف) $\lim_{x \rightarrow 3^-} \frac{1}{[x] - 3} = \frac{1}{[3^-] - 3} \quad (0/25) = \frac{1}{2 - 3} = -1 \quad (0/25)$ ب) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + x + 2}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 2)}{(x+1)(x-1)} \quad (0/25) = \frac{1 + 1 + 2}{-2} = -2 \quad (0/25)$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2}{2 \sin^2 \frac{x}{2}} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{3 \times x \times x}{2 \times \sin \frac{x}{2} \times \sin \frac{x}{2}} \quad (0/25) = \frac{3}{2} = \frac{3}{2} \quad (0/25)$	۱۱
ادامه در صفحه ی بعد		

باسمه تعالی

رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۱۰ / ۱۰	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۲	$\lim_{x \rightarrow 1} (\sqrt{1-x} + 1) = \lim_{x \rightarrow 1^-} (\sqrt{1-x} + 1) = 1 \quad (۰/۵)$ $\lim_{x \rightarrow 1^+} (\sqrt{1-x} + 1) = \text{تعریف نشده}$ 	۱
۱۳	<p>حد چپ: $\lim_{x \rightarrow 2^-} x^2(x-2) = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>حد راست: $\lim_{x \rightarrow 2^+} (4-2x) = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>مقدار تابع: $f(2) = 0 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$\left. \begin{array}{l} \lim_{x \rightarrow 2^-} x^2(x-2) = 0 \\ \lim_{x \rightarrow 2^+} (4-2x) = 0 \\ f(2) = 0 \end{array} \right\} \Rightarrow x_0 = 2$ پیوسته است</p>	۱
۱۴	$(cf)'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(cf)(x) - (cf)(a)}{x-a} \quad (۰/۲۵) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{cf(x) - cf(a)}{x-a} \quad (۰/۲۵)$ $= \lim_{x \rightarrow a} \frac{c(f(x) - f(a))}{x-a} = c \lim_{x \rightarrow a} \frac{f(x) - f(a)}{x-a} = cf'(a) \quad (۰/۲۵)$	۱
۲/۷۰	<p>الف) $y' = \frac{6x(x^2+2) - 3x^2(2x^2+1)}{(x^2+2)^2} \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $y' = \frac{3 \tan^2 x (1 + \tan^2 x) + \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}}{(\cdot/۵)}$</p> <p>ج) $y' = \frac{(\Delta x^2 + 2 \sin 2x) (\cdot/۵)}{3 \sqrt{(x^2 - \cos 2x)^2} (\cdot/۵)}$</p>	۱
۱/۲۵	<p>$f'(x) = 6x^2 \quad (۰/۲۵) \quad m = \frac{-1}{f'(1)} = \frac{-1}{6} \quad (۰/۵) \quad f(1) = 1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>$y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y = \frac{-1}{6}x + \frac{7}{6} \quad (۰/۲۵)$</p>	۱

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید لطفاً به راه حل‌های صحیح غیر از راهنمای تصحیح به تناسب بارم را تقسیم کنید.

با تشکر طراحان