

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالت امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحات: ۱ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۶/۴		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲		
نمره	سوالت (پاسخنامه دارد)		

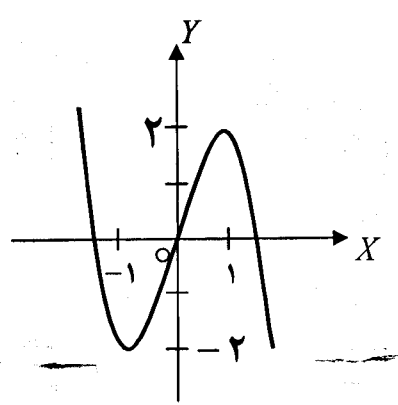
۰/۷۵	ثابت کنید عضو صفر از R منحصر به فرد است.	۱
۱/۲۵	دنباله‌ی $\left\{ \frac{2n}{n^2+1} \right\}$ را در نظر بگیرید: الف) سه جمله‌ی اول این دنباله را بنویسید. ب) دنباله‌ی فوق صعودی است یا نزولی؟ ج) این دنباله به چه عددی همگراست؟	۲
۱	حد $\lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{x^2 - 2x} - x$ را در صورت وجود محاسبه کنید.	۳
۱	مقادیر a و b را طوری بیابید که تابع زیر در نقطه‌ی $x=1$ پیوسته باشد. $f(x) = \begin{cases} 2+x^2 & x > 1 \\ a & x = 1 \\ b+3[x] & x < 1 \end{cases}$	۴
۱	آهنگ تغییر حجم یک مکعب نسبت به طول ضلع آن وقتی که ضلع آن برابر ۱۰ سانتی متر است را بیابید.	۵
۱/۵	به کمک تعریف، مشتق پذیری تابع $f(x) = \sqrt{x-2}$ را در نقطه‌ی $x=2$ بررسی کنید.	۶
۰/۷۵	فرض کنید $f(x) = 2x^2 - x + 1$ باشد. حاصل $\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h}$ را به دست آورید.	۷
۰/۷۵	مشتق تابع $f(x) = \sin^2 \sqrt{x}$ را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.)	۸
۱	معادله‌ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = e^{2x} + x + 1$ را در نقطه‌ی $x=0$ به طول صفر روی منحنی بنویسید.	۹
۱/۲۵	مقدار عددی $\frac{dy}{dx}$ را در نقطه‌ی $(1,0)$ برای تابع $2x + y^2 = y + x^2 + 1$ محاسبه کنید.	۱۰
۰/۷۵	فرض کنید f^{-1} وارون تابع مشتق پذیر f باشد و $g(x) = f^{-1}(x) + 1$ اگر $f(1) = 2$ و $f'(1) = 3$ ، $g'(2)$ را بیابید.	۱۱
۱/۵	نقاط بحرانی تابع $f(x) = \sqrt[3]{x^2 - 1}$ را تعیین کنید.	۱۲
۱/۵	به ازای چه مقداری برای a نقطه‌ی a به طول ۱ نقطه‌ی عطف منحنی $f(x) = \frac{1}{4}x^4 + x^2 + 3ax^2$ می باشد.	۱۳
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = -x^3 + 3x$ را رسم کنید.	۱۴
۱/۵	جمع $\sum_{i=1}^{15} (i-1)^2$ را بسط داده و حاصل آن را محاسبه کنید.	۱۵
۱/۲۵	مجموع پایین را برای تابع $f(x) = -x + 2$ بر بازه‌ی $[0, 2]$ به ازای $n = 3$ به دست آورید.	۱۶
۱/۲۵	مقدار انتگرال $\int_1^2 \frac{x^2 + 2}{x} dx$ را بیابید.	۱۷
۲۰	موفق باشید.	جمع نمره

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲ / ۶ / ۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	فرض کنیم O_1 و O_2 هر دو نقش صفر یعنی عضو همانی جمع R را داشته باشند. در این صورت $O_1 = O_1 + O_2$ (۰/۲۵) با توجه به همانی بودن O_2 $= O_2 + O_1$ (۰/۲۵) با توجه به خاصیت جابه جایی $= O_2$ (۰/۲۵) با توجه به همانی بودن O_1	۱
۱/۲۵	الف) $a_1 = 1$ (۰/۲۵) , $a_2 = \frac{4}{5}$ (۰/۲۵) , $a_3 = \frac{3}{5}$ (۰/۲۵) ب) نزولی (۰/۲۵) ج) به عدد صفر همگراست (۰/۲۵)	۲
۱	$\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 - 2x} - x) \times \frac{\sqrt{x^2 - 2x} + x}{\sqrt{x^2 - 2x} + x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{ x \sqrt{1 - \frac{2}{x} + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-2x}{2x} = -1$ (۰/۲۵)	۳
۱	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow 1^+} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^+} (2 + x^2) = 3 \quad (۰/۲۵) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} f(x) &= \lim_{x \rightarrow 1^-} (b + 2[x]) = b \quad (۰/۲۵) \\ f(1) &= a \end{aligned} \right\} \Rightarrow a = b = 3 \quad (۰/۵)$	۴
۱	$V(a) = a^2 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow V'(a) = 2a \quad (۰/۲۵) \Rightarrow V'(10) = 2(10) = 20 \quad (۰/۵)$	۵
۱/۵	$D_f = [2, +\infty)$ (۰/۲۵) $f'(2) = f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{\sqrt{x-2} - 0}{x-2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{1}{\sqrt{x-2}} = +\infty$ (۰/۲۵) \Rightarrow تابع در نقطه ۲ مشتق پذیر نیست (۰/۲۵)	۶
۰/۷۵	$\lim_{h \rightarrow 0} \frac{f'(1+h) - f'(1)}{h} = f''(1)$ $f'(x) = 6x^2 - 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f''(x) = 12x \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f''(1) = 12 \quad (۰/۲۵)$	۷
۰/۷۵	$f'(x) = \underbrace{2 \sin \sqrt{x}}_{(۰/۲۵)} \cdot \underbrace{\cos \sqrt{x}}_{(۰/۲۵)} \cdot \underbrace{\frac{1}{2\sqrt{x}}}_{(۰/۲۵)}$	۸
۱	$f(0) = 2 \quad (۰/۲۵) , f'(x) = 2e^{2x} + 1 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow m = f'(0) = 3 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow y = 3x + 2 \quad (۰/۲۵)$	۹
۱/۲۵	$\underbrace{2}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{2y y'}_{(۰/۲۵)} = \underbrace{y'}_{(۰/۲۵)} + \underbrace{2x}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow y' = 0 \quad (۰/۲۵)$	۱۰
۰/۷۵	$g'(x) = (f^{-1})'(x) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow g'(2) = (f^{-1})'(2) = \frac{1}{f'(1)} = \frac{1}{3} \quad (۰/۲۵)$	۱۱

ادامه در برگه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۲/۶/۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱/۵	$D_f = R \text{ (۰/۲۵)}, \quad f'(x) = \frac{2x}{3\sqrt{(x^2-1)^2}} \text{ (۰/۵)} \Rightarrow \begin{cases} f'(x)=0 \Rightarrow x=0 \text{ (۰/۲۵)} \\ f'(x) \text{ ن.ت} \Rightarrow x=\pm 1 \text{ (۰/۵)} \end{cases} \Rightarrow \{0, 1, -1\}$ <p style="text-align: right;">نقاط بحرانی</p>	۱۲																								
۱/۵	$f'(x) = x^2 + 2x^2 + 6ax \text{ (۰/۵)}, \quad f''(x) = 2x^2 + 6x + 6a \text{ (۰/۵)} \Rightarrow 9 + 6a = 0 \text{ (۰/۲۵)} \Rightarrow a = -\frac{3}{2} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۳																								
۲	$f'(x) = -3x^2 + 3 \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f'=0} x = \pm 1 \text{ (۰/۲۵)}$ $f''(x) = -6x \text{ (۰/۲۵)} \xrightarrow{f''=0} x = 0 \text{ (۰/۲۵)}$ <table style="margin-left: auto; margin-right: auto; border-collapse: collapse;"> <tr> <td style="padding: 5px;">x</td> <td style="padding: 5px;">$-\infty$</td> <td style="padding: 5px;">-1</td> <td style="padding: 5px;">0</td> <td style="padding: 5px;">1</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f'</td> <td style="padding: 5px;">-</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f''</td> <td colspan="2" style="padding: 5px;">+</td> <td style="padding: 5px;">۰</td> <td colspan="2" style="padding: 5px;">-</td> </tr> <tr> <td style="padding: 5px;">f</td> <td style="padding: 5px;">$+\infty$</td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> <td style="padding: 5px;">\searrow</td> <td style="padding: 5px;">\nearrow</td> <td style="padding: 5px;">\searrow</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">(۰/۵) ماکسیمم عطف مینیمم (۰/۵)</p> 	x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$	f'	-	۰	+	۰	-	f''	+		۰	-		f	$+\infty$	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow	۱۴
x	$-\infty$	-1	0	1	$+\infty$																					
f'	-	۰	+	۰	-																					
f''	+		۰	-																						
f	$+\infty$	\nearrow	\searrow	\nearrow	\searrow																					
۱/۵	$\sum_{i=1}^{15} (i^2 - 2i + 1) = \sum_{i=1}^{15} i^2 - 2 \sum_{i=1}^{15} i + \sum_{i=1}^{15} 1 = \frac{15 \times 16 \times 31}{6} - 2 \times \frac{15 \times 16}{2} + 15 = 1015 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۵																								
۱/۲۵	$\Delta x = \frac{2}{3} \text{ (۰/۲۵)}, \quad L_2 = \frac{2}{3} \left(f\left(\frac{2}{3}\right) + f\left(\frac{4}{3}\right) + f(2) \right) = \frac{2}{3} \left(\frac{4}{3} + \frac{2}{3} + 0 \right) = \frac{4}{3} \text{ (۰/۲۵)}$	۱۶																								
۱/۲۵	$\int_1^2 \left(x + \frac{2}{x} \right) dx = \left(\frac{1}{2} x^2 + 2 \ln x \right) \Big _1^2 = (2 + 2 \ln 2) - \left(\frac{1}{2} + 2 \ln 1 \right) = \frac{3}{2} + \ln 4 \text{ (۰/۲۵)}$	۱۷																								
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر																									