

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	ساعات شروع: ۱۰ صبح	سوالات امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تعداد صفحات: ۱ صفحه	تاریخ امتحان: ۱۴/۱۰/۱۳۹۲		پیش دانشگاهی
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲		
ردیف	سوالات (پاسخنامه دارد)		نمره

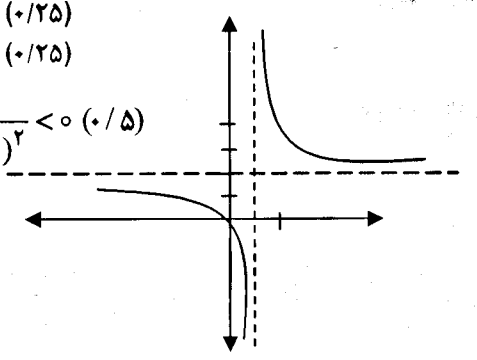
۱	نامساوی $ x - 2 \leq 2$ یک بازه را مشخص می کند. این بازه را بنویسید.	۱
۱	درستی یا نادرستی گزاره های زیر را فقط مشخص کنید: الف) هر دنباله صعودی و کراندار همگراست. ب) اینفیموم مجموعه $[-2, 3]$ برابر با -2 است. ج) دنباله $\{1 + (-1)^n\}$ همگرا می باشد. د) حد دنباله $a_n = (1 + \frac{1}{n})^{3n}$ برابر با e است.	۲
۱/۲۵	به کمک تعریف دنباله ای حد، ثابت کنید تابع $f(x) = \sin \frac{1}{x}$ در نقطه $x = 0$ حد ندارد.	۳
۰/۷۵	مجاانب افقی تابع $y = \frac{1}{\sqrt{x}}$ را در صورت وجود، بیابید.	۴
۱	آهنگ تغییر مساحت دایره را نسبت به قطر آن بیابید.	۵
۱/۵	به کمک تعریف، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 1 $ را در نقطه $x = 1$ بررسی کنید.	۶
۱/۵	معادله ی خط مماس بر نمودار تابع $f(x) = \frac{\cos x}{2 + \sin x}$ را در نقطه $(0, \frac{1}{2})$ بنویسید.	۷
۲	مشتق توابع زیر را بیابید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $x^3 + y^3 - 4xy = 0$ ب) $y = \sqrt{x} e^{5x}$	۸
۱	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ باشد مقدار $(f^{-1})'(9)$ را در صورت وجود، بیابید.	۹
۱	مجموع دو عدد مثبت برابر 8 است. بزرگترین مقدار ممکن برای حاصلضرب آنها را پیدا کنید.	۱۰
۲	جهت تقعر نمودار تابع f با ضابطه $f(x) = x^4 - 4x^3$ را در دامنه اش بررسی نموده و نقاط عطف آن را بیابید.	۱۱
۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{2x}{x-1}$ را رسم کنید.	۱۲
۱/۵	مساحت ناحیه ای را بیابید که تحت خط مستقیم $y = x + 1$ و محدود به خطوط $x = 0$ تا $x = 2$ باشد.	۱۳
۰/۷۵	مشتق تابع $F(x) = \int_x^2 e^{t+1} dt$ را به دست آورید.	۱۴
۱/۷۵	انتگرالهای معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int_1^3 [x] dx$ ب) $\int (\sin 2x + \tan x) dx$	۱۵
۲۰	جمع نمره	موفق باشید.

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$ x-2 \leq 2 \rightarrow -2 \leq x-2 \leq 2 \quad (0/5) \rightarrow 0 \leq x \leq 4 \quad (0/25) \rightarrow [0, 4] \quad (0/25)$	۱	
۱	(الف) درست (۰/۲۵) (ب) درست (۰/۲۵) (ج) نادرست (۰/۲۵) (د) نادرست (۰/۲۵)	۲	
۱/۲۵	$a_n = \frac{1}{2n\pi}, \forall n, a_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow \infty} a_n = 0 \quad (0/25) \rightarrow f(a_n) = \sin 2n\pi = 0 \rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) = 0 \quad (0/25)$ $b_n = \frac{1}{2n\pi + \frac{\pi}{2}}, \forall n, b_n \neq 0, \lim_{n \rightarrow \infty} b_n = 0 \quad (0/25) \rightarrow f(b_n) = \sin(2n\pi + \frac{\pi}{2}) = 1 \rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n) = 1 \quad (0/25)$	$\rightarrow \lim_{n \rightarrow +\infty} f(a_n) \neq \lim_{n \rightarrow +\infty} f(b_n)$ <p>پس تابع در $x=0$ حد ندارد. (۰/۲۵)</p>	۳
۰/۲۵	$D = (0, +\infty) \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0 \quad (0/5) \rightarrow y = 0$	مجانب افقی (۰/۲۵)	۴
۱	$s = \pi r^2 \quad (0/25) \rightarrow s = \pi \left(\frac{d}{2}\right)^2 \quad (0/25) \rightarrow s' = \pi \times 2 \times \frac{1}{2} \times \frac{d}{2} = \frac{1}{2} d\pi \quad (0/5)$	d: قطر دایره	۵
۱/۵	$f'(1) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{f(x) - f(1)}{x - 1} = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{ x^2 - 1 }{x - 1} \quad (0/25) = \begin{cases} \lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{x^2 - 1}{x - 1} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1^+} (x + 1) = 2 \quad (0/25) \\ \lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{-(x^2 - 1)}{x - 1} \quad (0/25) = \lim_{x \rightarrow 1^-} -(x + 1) = -2 \quad (0/25) \end{cases}$	چون این حد وجود ندارد بنابراین $f(x)$ در $x=1$ مشتق پذیر نیست. (۰/۲۵)	۶
۱/۵	$y' = \frac{-\sin x (2 + \sin x) - \cos x (\cos x)}{(2 + \sin x)^2} \quad (0/5) = \frac{-2 \sin x - 1}{(2 + \sin x)^2} \rightarrow m = -\frac{1}{4} \quad (0/25)$ <p>معادله ی خط مماس: $y - y_0 = m(x - x_0) \rightarrow y - \frac{1}{2} = -\frac{1}{4}(x - 0) \quad (0/5)$</p>		۷
۲	<p>الف) $\underbrace{2x^2}_{(0/25)} + \underbrace{3y^2 y'}_{(0/25)} - \underbrace{4y}_{(0/25)} - \underbrace{4xy'}_{(0/25)} = 0$</p> <p>ب) $y' = \frac{1}{2\sqrt{x}} \times e^{5x} + \frac{5e^{5x}}{2} \times \sqrt{x} \quad (0/5)$</p>		۸
۱	<p>f در همه جا مشتق پذیر است $f'(x) = 3x^2 \quad (0/25)$</p> <p>$x^3 + 1 = 9 \rightarrow x = 2 \quad (0/25)$</p> <p>$(f^{-1})'(9) = \frac{1}{f'(2)} = \frac{1}{12} \quad (0/5)$</p>		۹

ادامه در صفحه ی دوم

مدت امتحان: ۱۳۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۴ / ۱۰ / ۱۳۹۲	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	$x + y = 8 \rightarrow y = 8 - x$ $p = x \times y = x(8 - x) = -x^2 + 8x \quad (0/25)$ $p' = -2x + 8 \rightarrow -2x + 8 = 0 \rightarrow x = 4 \quad (0/25) \quad y = 8 - 4 = 4 \quad (0/25) \rightarrow p_{\max} = 4 \times 4 = 16 \quad (0/25)$	۱۰																		
۲	$f'(x) = 4x^3 - 12x^2 \quad (0/25) \quad f''(x) = 12x^2 - 24x \quad (0/25) = 12x(x - 2)$ $12x(x - 2) = 0 \rightarrow x = 0 \quad (0/25), \quad x = 2 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f''</td> <td>$+$</td> <td>0</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>\cup</td> <td>\circ</td> <td>\cap</td> <td>\cup</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">نقاط عطف: $(2, -16)$, $(0, 0)$ عطف عطف عطف $(0/5)$ $(0/5)$</p>	x	$-\infty$	0	2	$+\infty$	f''	$+$	0	$-$	$+$	f	\cup	\circ	\cap	\cup	۱۱			
x	$-\infty$	0	2	$+\infty$																
f''	$+$	0	$-$	$+$																
f	\cup	\circ	\cap	\cup																
۲	$D = \mathbb{R} - \{1\}$ $y = 2$ مجانب افقی $(0/25)$ $x = 1$ مجانب قائم $(0/25)$ $y' = \frac{2(x-1) - (2x)}{(x-1)^2} = \frac{-2}{(x-1)^2} < 0 \quad (0/5)$  <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>0</td> <td>1</td> <td>2</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>f'</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> <td>$+$</td> <td>$-$</td> <td>$-$</td> </tr> <tr> <td>f</td> <td>2</td> <td>\nearrow</td> <td>$+\infty$</td> <td>\searrow</td> <td>2</td> </tr> </table> <p style="text-align: center;">$(0/5)$</p>	x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$	f'	$-$	$-$	$+$	$-$	$-$	f	2	\nearrow	$+\infty$	\searrow	2	۱۲
x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$															
f'	$-$	$-$	$+$	$-$	$-$															
f	2	\nearrow	$+\infty$	\searrow	2															
۱/۵	<p style="text-align: right;">بازه ی $[0, 2]$ را به n بازه جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_i = \frac{2i}{n} \quad (0/25) \rightarrow f(x_i) = x_i + 1 = \frac{2i}{n} + 1 \quad (0/25)$ $\Delta x_i = \frac{2}{n} \quad (0/25)$ $s_n = \sum_{i=1}^n \left(\frac{2i}{n} + 1\right) \frac{2}{n} = \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n} \sum_{i=1}^n i + \sum_{i=1}^n 1\right) = \frac{2}{n} \left(\frac{2}{n} \times \frac{n(n+1)}{2} + n\right) = 2 \times \frac{n+1}{n} + 2 \quad (0/5)$ $A = \lim_{n \rightarrow \infty} s_n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(2 \times \frac{n+1}{n} + 2\right) = 4 \quad (0/25)$ <p style="text-align: right;">واحد سطح</p>	۱۳																		
ادامه در صفحه ی سوم																				

مدت امتحان : ۱۲۵ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۲ / ۱۰ / ۱۴	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت دی ماه سال ۱۳۹۲	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۰/۷۵	$F(x) = - \underbrace{\int_2^x e^{yt+1} dt}_{(۰/۲۵)} \rightarrow F'(x) = -e^{yx+1} \quad (۰/۵)$	۱۴
۱/۷۵	<p>الف) $\int_1^3 [x] dx = \int_1^2 [x] dx + \int_2^3 [x] dx = \int_1^2 dx + \int_2^3 2 dx \quad (۰/۵) = x \Big _1^2 + 2x \Big _2^3$ $= (2-1) + (6-4) = 3 \quad (۰/۵)$</p> <p>ب) $-\frac{1}{2} \cos 2x - \ln \cos x + k \quad (۰/۷۵)$</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	