

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال	رشته : علوم ریاضی	ساعت شروع : ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه
نام و نام خانوادگی :	دوره ی پیش دانشگاهی	تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	تعداد صفحه : ۱
دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	

ردیف	سؤالات (پاسخ نامه دارد)	نمره
------	-------------------------	------

توجه : استفاده از ماشین حساب ساده (دارای چهار عمل اصلی ، جذر و درصد) بلامانع است.

۱	کدامیک از اعداد زیر گویا و کدام یک گنگ است؟ د) $\log 3$ ج) $3/\sqrt{2}$ ب) $\frac{1}{4}$ الف) $\sqrt{5}$	۱
۲	به کمک قضیه ی فشرده گی ، ثابت کنید دنباله ی $\left\{ \frac{\sin n}{n} \right\}$ همگراست.	۱
۳	نشان دهید که خط $y=2$ نمودار تابع $f(x) = (x-1)^2(x-3)^2 + x$ را قطع می کند.	۱
۴	حاصل $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2}$ را محاسبه کنید. (بدون استفاده از هم ارزی و هوییتال)	۱
۵	آهنگ تغییر حجم مکعبی به طول ضلع x را نسبت به x وقتی $x=3$ است بیابید.	۱
۶	با استفاده از تعریف مشتق ، مشتق پذیری تابع $f(x) = x^2 - 4 $ را در $x=2$ بررسی نمایید.	۱/۵
۷	مشتق چهارم تابع $f(x) = x^2(x^2+1)(x^2+3)$ را در $x=1$ حساب کنید.	۱/۵
۸	مشتق بگیرید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست.) الف) $\cos x + x^3 y^5 - 2y^2 = 0$ ب) $y = \ln \sqrt{x}$ ج) $y = e^{5x^2-1}$	۲
۹	فرض کنید $f(x) = x^3 + 1$ ، مقدار $(f^{-1})'(0)$ را در صورت وجود ، پیدا کنید.	۱
۱۰	درستی یا نادرستی عبارت های زیر را مشخص کنید: الف) $x=0$ ، نقطه ی مینیمم موضعی (نسبی) تابع $f(x) = \sqrt{x}$ است. ب) تابع $f(x) = x^4 - 8x^3 + 24x^2$ دارای یک نقطه ی عطف می باشد. ج) در تابع $f(x) = \sqrt{1-x}$ نقطه ی $x=1$ ، یک نقطه ی بحرانی است.	۱/۵
۱۱	مجموع دو عدد مثبت برابر ۱۶ است . بزرگترین مقدار ممکن برای حاصل ضرب آنها را پیدا کنید.	۱/۵
۱۲	جدول رفتار و نمودار تابع $f(x) = \frac{x}{x-4}$ را رسم کنید.	۲
۱۳	با استفاده از افراز مناسب ، مساحت ناحیه ی تحت $y=x^2$ بالای $y=0$ از $x=0$ تا $x=3$ را محاسبه کنید.	۱/۵
۱۴	مشتق تابع $G(x) = \int_1^x \frac{1+t}{t^2} dt$ را بیابید.	۰/۵
۱۵	انتگرال های معین و نامعین زیر را بیابید. الف) $\int (x^2 + x - 1) dx$ ب) $\int_{-1}^1 [x] dx$	۲
۲۰	جمع نمره	موفق باشید

باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۱	گنگ (الف) (۰/۲۵)	گویا (ب) (۰/۲۵)	گویا (ج) (۰/۲۵)	گنگ (د) (۰/۲۵)	۱
	(صفحه ۷ و ۸)				
۱	<p>می دانیم همواره $-1 \leq \sin x \leq 1$ (۰/۲۵) در نتیجه برای هر عدد طبیعی n، $\frac{-1}{n} \leq \frac{\sin n}{n} \leq \frac{1}{n}$ (۰/۲۵)</p> <p>چون $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{1}{n} = \lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{-1}{n} = 0$ پس $\lim_{n \rightarrow +\infty} \frac{\sin n}{n} = 0$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۴۹)</p>				۲
۱	<p>چون تابع f چند جمله ای است پس در هر نقطه از \mathbb{R} پیوسته است پس در بازه ی $[1, 3]$ نیز، پیوسته است. (۰/۲۵)</p> <p>از طرفی $f(1) = 1$، $f(3) = 3$ بنابراین طبق قضیه ی مقدار میانی خط $y = 2$ که بین خطوط $y = 1$ و $y = 3$ قرار دارد نمودار f را قطع می کند. (۰/۲۵)</p> <p>(مثال کتاب صفحه ۱۰۲)</p>				۳
۱	<p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x-1}{x-2} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3-\frac{1}{x}}{1-\frac{2}{x}} = \frac{3-0}{1-0} = 3$ (۰/۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3}{x} = 0$ (۰/۵)</p> <p>$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$ (۰/۵)</p> <p>(صفحه ۱۱۰-۱۱۲)</p>				۴
۱	<p>حجم مکعب: $v = x^3$ (۰/۲۵)</p> <p>$v' = 3x^2$ (۰/۲۵) $\Rightarrow v'(3) = 27$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه مسئله ۱ کتاب صفحه ۱۳۰)</p>				۵
۱/۵	<p>$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{ x^2 - 4 - 0}{x - 2}$ (۰/۲۵)</p> <p>$\rightarrow \begin{cases} f'_+(2) = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{x^2 - 4}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^+} \frac{(x-2)(x+2)}{x-2} = 4 & (۰/۵) \\ f'_-(2) = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x^2 - 4)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2^-} \frac{-(x-2)(x+2)}{x-2} = -4 & (۰/۵) \end{cases}$</p> <p>$f'_+(2) \neq f'_-(2)$ پس تابع f در $x = 2$ مشتق پذیر نمی باشد. (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مثال صفحه ۱۳۳)</p>				۶
۱/۵	<p>$f(x) = x^6 + 4x^4 + 3x^2$</p> <p>$f'(x) = 6x^5 + 16x^3 + 6x$ (۰/۲۵)</p> <p>$f''(x) = 30x^4 + 48x^2 + 6$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(3)}(x) = 120x^3 + 96x$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(4)}(x) = 360x^2 + 96$ (۰/۲۵)</p> <p>$f^{(4)}(1) = 456$ (۰/۵)</p> <p>(مشابه تمرین در کلاس صفحه ۱۴۶)</p>				۷
ادامه در برگه ی دوم					

مدت امتحان : ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس : حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان : ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	ردیف

۲	<p>(الف) $-\sin x + 3x^2 y^5 + 5y^4 y' x^2 - 4y y' = 0$ (۱)</p> <p>ب) $y' = \frac{1}{\sqrt{x}}$ (۰/۵)</p> <p>ج) $y' = 10x \times e^{\Delta x^2 - 1}$ (۰/۵)</p> <p>(مبحث مشتق گیری ضمنی - تابع نمایی و لگاریتمی طبیعی صفحات ۱۶۳-۱۵۴)</p>	۸												
۱	<p>$x^2 + 1 = 0 \rightarrow x = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>$f'(x) = 3x^2$ (۰/۲۵) $\rightarrow f'(-1) = 3$ (۰/۲۵)</p> <p>$(f^{-1})'(0) = \frac{1}{f'(-1)} = \frac{1}{3}$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشتق تابع وارون صفحه ۱۵۸-۱۵۷)</p>	۹												
۱/۵	<p>الف) درست (۰/۵)</p> <p>ب) نادرست (۰/۵)</p> <p>ج) نادرست (۰/۵)</p> <p>(مبحث اکسترمم موضعی - نقطه عطف و نقطه بحرانی صفحات ۱۸۸-۱۷۰)</p>	۱۰												
۱/۵	<p>$x + y = 16 \Rightarrow y = 16 - x$ (۰/۲۵)</p> <p>$p = xy \Rightarrow p(x) = x(16 - x) = 16x - x^2$ (۰/۲۵)</p> <p>$p'(x) = 16 - 2x$ (۰/۲۵) $\Rightarrow 16 - 2x = 0 \Rightarrow \underbrace{x = 8}_{(۰/۲۵)}, \underbrace{y = 8}_{(۰/۲۵)} \Rightarrow p_{\max} = 64$ (۰/۲۵)</p> <p>(مشابه مسئله ۱ صفحه ۱۷۷)</p>	۱۱												
۲	<p>$D = \mathbb{R} - \{4\}$</p> <p>مجانبات افقی: $x = 4$ (۰/۲۵) $y = 1$ (۰/۲۵)</p> <p>مجانبات قائم: $x = 4$ (۰/۲۵)</p> <p>$y' = \frac{-4}{(x-4)^2}$ (۰/۵)</p> <table border="1" style="margin-left: auto; margin-right: auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>4</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>y'</td> <td>-</td> <td> </td> <td>-</td> </tr> <tr> <td>y</td> <td>1</td> <td>$-\infty$ $+\infty$</td> <td>1</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> <p>(رسم نمودار هموگرافیک صفحه ۲۰۱-۲۰۲)</p> <p>نقاط کمکی: $A(3, -3), B(5, 5)$</p> <p>(۰/۵)</p>	x	$-\infty$	4	$+\infty$	y'	-		-	y	1	$-\infty$ $+\infty$	1	۱۲
x	$-\infty$	4	$+\infty$											
y'	-		-											
y	1	$-\infty$ $+\infty$	1											

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	رشته: علوم ریاضی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: حساب دیفرانسیل و انتگرال
تاریخ امتحان: ۱۳۹۳/۶/۸	پیش دانشگاهی	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش آموزان روزانه، بزرگسال و داوطلبان آزاد سراسر کشور در نوبت شهریور ماه سال ۱۳۹۳	
نمره	راهنمای تصحیح	

۱/۵	<p>بازه ی $[0, 3]$ را به n بازه ی جزء با طول مساوی تقسیم می کنیم:</p> $x_0 = 0, x_1 = \frac{3}{n}, x_2 = \frac{6}{n}, \dots, x_n = \frac{n}{n} = 1 \quad x_i = \frac{3}{n}i \quad (0/25) \rightarrow$ $f(x_i) = \left(\frac{3}{n}i\right)^2 = \frac{9}{n^2}i^2 \quad (0/25), \quad \Delta x_i = \frac{3}{n} \quad (0/25)$ $\rightarrow s_n = \sum_{i=1}^n \underbrace{\frac{9}{n^2}i^2}_{(0/25)} \times \underbrace{\frac{3}{n}}_{(0/25)} = \frac{27}{n^2} \times \sum_{i=1}^n i^2 = \frac{27}{n^2} \times \frac{n(n+1)(2n+1)}{6} \rightarrow A = \lim_{n \rightarrow +\infty} s_n = 9 \quad (0/25)$ <p>(مشابه مسئله ۴ کتاب صفحه ۲۲۶)</p>	۱۳
۰/۵	$G'(x) = 1 \times \frac{1+x}{x^2} \quad (0/5)$ <p>(مشابه مثال صفحه ۲۴۶)</p>	۱۴
۲	<p>الف) $\frac{x^2}{3} + \frac{x^2}{2} - x + c \quad (1)$</p> <p>ب) $\int_1^0 -1 dx + \int_0^1 0 dx = \underbrace{-x _1^0}_{(0/25)} = -1 \quad (0/25)$</p> <p>(محاسبه انتگرال معین و نامعین به کمک قضایا صفحه ۲۴۴-۲۴۰)</p>	۱۵
۲۰	همکاران گرامی، ضمن عرض خسته نباشید، به سایر راه حل های صحیح به تناسب نمره تعلق گیرد. با تشکر	