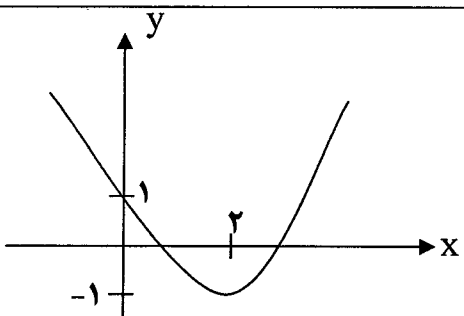
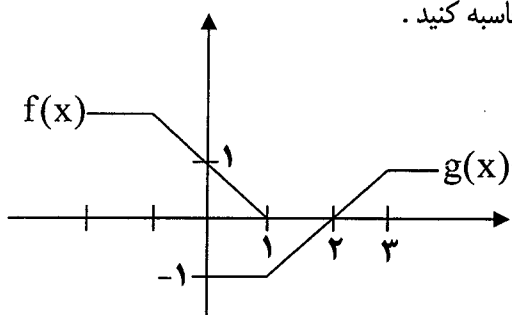


باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سؤالات	نمره
۱	در دنباله حسابی $۱, ۴, ۹, ۱۶, ۲۵, \dots$ حداقل چند جمله را باید جمع کنیم تا حاصل از ۲۰۰ بیشتر شود.	۱
۲	حاصل عبارت $\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5$ را به دست آورید.	۰/۷۵
۳	در شکل زیر نمودار سهمی به معادله $p(x) = ax^2 + bx + c$ داده شده است، ضرایب a, b, c را تعیین کنید.	۱/۲۵
		
۴	نامعادله $\frac{1}{x} \leq \sqrt{x}$ را با روش هندسی حل کنید و مجموعه جواب را به دست آورید.	۱
۵	تابع $y = 1 - x - 3$ را به صورت یک تابع چند ضابطه‌ای بنویسید و نمودار آن را رسم کنید. به کمک نمودار برد آن را معلوم کنید.	۱/۲۵
۶	زوج یا فرد بودن تابع $y = \frac{x^3 - 3x}{x^2 - 1}$ را معلوم کنید.	۱
۷	با استفاده از نمودار توابع f, g در شکل رو برو عبارات داده شده را محاسبه کنید.	۰/۷۵
		
	الف) $(f + g)(1)$ ب) $(f \circ g)(2)$	
۸	اگر $f(x) = 4x - 3$ و $g(x) = x + 2$ ، تابع $(g \circ f)^{-1}$ را حساب کنید.	۱
۹	اگر α, β زاویه‌هایی در ربع سوم باشند و $\sin \alpha = -\frac{4}{5}$ و $\cos \beta = -\frac{5}{13}$ ، مقدار $\sin(\alpha + \beta)$ را محاسبه کنید.	۱/۲۵
	« ادامه سوالات در صفحه دوم »	

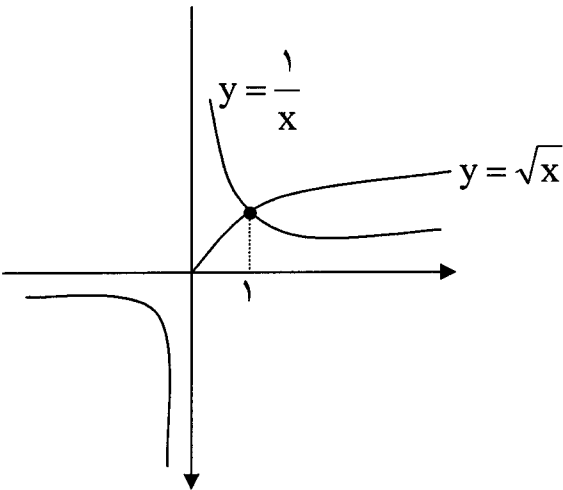
باسمه تعالی

مدت امتحان: ۱۵۰ دقیقه	ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	سوالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	سوالات	نمره
۱۰	معادله‌ی $\tan x \tan 2x = 1$ را حل کنید.	۱/۲۵
۱۱	مقدار $\cos(\tan^{-1}(-\sqrt{3}))$ را حساب کنید	۰/۵
۱۲	نمودار تابعی رارسم کنید که تابع در ۲ تعریف نشده باشد ولی در یک همسایگی محذوف ۲ تعریف شده باشد، و در این نقطه حد داشته باشد.	۰/۷۵
۱۳	حد توابع زیر را محاسبه کنید: الف) $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - 1}$ ب) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin \frac{x}{2}}$	۲/۵
۱۴	آیا تابع $f(x) = \frac{x^2 - 4}{x - 2}$ در ۲ پیوسته است؟ چرا؟	۰/۷۵
۱۵	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = \frac{1}{x+1}$ را در $x = 2$ حساب کنید.	۱
۱۶	مشتق توابع زیر را حساب کنید: (ساده کردن الزامی نیست) الف) $f(x) = \sin(\sqrt{2x+5})$ ب) $g(x) = \frac{\sqrt{x}}{(2x+1)^3}$ ج) $k(x) = (1 + \tan x) \cos^{-1} x$	۳
۱۷	نقاطی از نمودار تابع $y = x^3 - 2x - 1$ را تعیین کنید که خط مماس بر منحنی در این نقاط موازی نیمساز ربع اول و سوم باشد.	۱
	«موفق باشید»	جمع
		۲۰

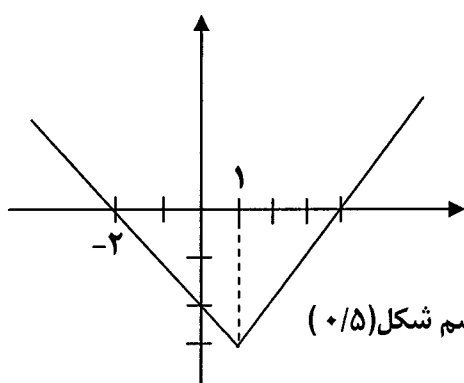
ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهر یور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	$S = \frac{n[2a + (n-1)d]}{2} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \frac{n[4 + (n-1)4]}{2} > 200 \quad (۰/۲۵)$ $4n^2 > 400 \quad (۰/۲۵) \Rightarrow n > 10 \Rightarrow \text{حداقل ۱۱ جمله باید جمع کنیم}$	۱
۰/۷۵	$\left(1 - \frac{2}{x}\right)^5 = 1 - 5\left(\frac{2}{x}\right) + 10\left(\frac{2}{x}\right)^2 - 10\left(\frac{2}{x}\right)^3 + 5\left(\frac{2}{x}\right)^4 - \left(\frac{2}{x}\right)^5$ <p style="text-align: right;">هر دو جمله (۰/۲۵)</p>	۲
۱/۲۵	$(0, 1) \Rightarrow P(0) = 0 + 0 + c = 1 \Rightarrow c = 1 \quad (۰/۲۵)$ $(2, -1) \Rightarrow P(2) = 4a + 2b + 1 = -1 \Rightarrow 4a + 2b = -2 \quad (۰/۲۵)$ $x = \frac{-b}{2a} \Rightarrow \frac{-b}{2a} = 2 \Rightarrow -b - 4a = 0 \quad (۰/۲۵)$ $\begin{cases} 4a + 2b = -2 \\ -b - 4a = 0 \end{cases} \Rightarrow b = -2 \quad (۰/۲۵), \quad a = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۳
۱	 <p style="text-align: right;">رسم نمودار $y = \frac{1}{x}$ (۰/۵)</p> <p style="text-align: right;">رسم نمودار $y = \sqrt{x}$ (۰/۲۵)</p> <p style="text-align: right;">مجموعه جواب $= [1, +\infty)$ (۰/۲۵)</p>	۴
	« ادامه در صفحه ی دوم »	

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۵	$y = \begin{cases} x - 4 & x \geq 1 \\ -x - 2 & x < 1 \end{cases}$ <p>(۰/۵)</p>  <p>برد تابع: $[-3, +\infty)$ (۰/۲۵)</p> <p>رسم شکل (۰/۵)</p>	۱/۲۵
۶	$f(-x) = \frac{(-x)^3 - 2(-x)}{(-x)^2 - 1} \quad (۰/۲۵) \Rightarrow f(-x) = \frac{-x^3 + 2x}{x^2 - 1}$ $f(-x) = \frac{-(x^3 - 2x)}{x^2 - 1} \quad (۰/۲۵) = -f(x) \quad (۰/۲۵) \Rightarrow \text{تابع فرد است} \quad (۰/۲۵)$	۱
۷	<p>الف) $(f + g)(1) = f(1) + g(1) = 0 + (-1) = -1$ (۰/۲۵)</p> <p>ب) $(f \circ g)(2) = f(g(2)) = f(0) = 1$ (۰/۲۵)</p>	۰/۲۵
۸	$y = (g \circ f)(x) = g(f(x)) = 4x - 3 + 2 = 4x - 1 \quad (۰/۲۵)$ $x = \frac{y+1}{4} \Rightarrow y = \frac{x+1}{4} \Rightarrow (g \circ f)^{-1}(x) = \frac{x+1}{4} \quad (۰/۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱
۹	$\sin \alpha = \frac{-4}{5} \Rightarrow \cos \alpha = -\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = -\sqrt{1 - \frac{16}{25}} = -\frac{3}{5} \quad (۰/۲۵)$ $\cos \beta = \frac{-5}{13} \Rightarrow \sin \beta = -\sqrt{1 - \cos^2 \beta} = -\sqrt{1 - \frac{25}{169}} = -\frac{12}{13} \quad (۰/۲۵)$ $\sin(\alpha + \beta) = \sin \alpha \cos \beta + \sin \beta \cos \alpha = \left(\frac{-4}{5}\right)\left(\frac{-5}{13}\right) + \left(\frac{-3}{5}\right)\left(\frac{-12}{13}\right) = \frac{56}{65} \quad (۰/۲۵)$ <p>(۰/۲۵)</p>	۱/۲۵
	« ادامه در صفحه ی سوم »	

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷	سال سوم آموزش متوسطه	
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰	

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	$\tan x \tan 2x = 1 \Rightarrow \tan 2x = \frac{1}{\tan x} = \cot x \Rightarrow \tan 2x = \tan\left(\frac{\pi}{2} - x\right) \quad (۰/۲۵)$ $2x = k\pi + \frac{\pi}{2} - x \Rightarrow 3x = k\pi + \frac{\pi}{2} \Rightarrow x = \frac{k\pi}{3} + \frac{\pi}{6} \quad (۰/۲۵)$	۱/۲۵
۱۱	$\cos(\tan^{-1}(-\sqrt{3})) = \cos\left(-\frac{\pi}{3}\right) = \frac{1}{2} \quad (۰/۲۵)$	۰/۵
۱۲	رسم نمودار با هر یک از شرط‌های خواسته شده (۰/۲۵)	۰/۷۵
۱۳	$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^2 - 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^2 - x - 1)(x + 1)}{(x - 1)(x + 1)} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 - x - 1}{x - 1} = \frac{1}{-2} \quad (۰/۲۵)$ <p>الف)</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 2}{\sqrt{2x} - 2} \times \frac{\sqrt{2x} + 2}{\sqrt{2x} + 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}{2x - 4} =$ <p>ب)</p> $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(\sqrt{2x} + 2)}{2(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{2x} + 2}{2} = 2 \quad (۰/۲۵)$ <p>ج)</p> $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{1 - \cos 2x}}{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{ \sqrt{2} \sin x }{\sin \frac{x}{2}} = \lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\sqrt{2} \sin x}{\sin \frac{x}{2}} = \frac{\sqrt{2}}{\frac{1}{2}} = 2\sqrt{2} \quad (۰/۲۵)$	۲/۵
۱۴	خیر (۰/۲۵) زیرا تابع در ۲ تعریف نشده است. (۰/۵)	۰/۷۵
«ادامه‌ی سؤالات در صفحه‌ی چهارم»		

ساعت شروع: ۹ صبح	رشته‌ی: ریاضی فیزیک	راهنمای تصحیح سؤالات امتحان نهایی درس: حسابان
تاریخ امتحان: ۱۳۹۰ / ۶ / ۷		سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در شهریور ماه سال ۱۳۹۰

نمره	راهنمای تصحیح	ردیف
۱	$f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{f(x) - f(2)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{1}{x+1} - \frac{1}{3}}{x - 2} =$ $f'(2) = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{\frac{3 - (x+1)}{3(x+1)}}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-x + 2}{3(x+1)(x - 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{-1}{3(x+1)} = \frac{-1}{9} \quad (0/25)$	۱۵
۳	<p>الف) $f'(x) = \frac{2}{2\sqrt{2x+5}} \cos \sqrt{2x+5}$ (0/5)</p> <p>ب) $g'(x) = \frac{\frac{1}{2\sqrt{x}}(2x+1)^3 - 3(2)(2x+1)^2 \sqrt{x}}{(2x+1)^6}$ (0/25)</p> <p>ج) $k'(x) = (1 + \tan^2 x) \cos^{-1} x + \frac{-1}{\sqrt{1-x^2}} (1 + \tan x)$ (0/5)</p>	۱۶
۱	$\left. \begin{aligned} y' &= 3x^2 - 2 \quad (0/25) \\ y = x &\Rightarrow m = 1 \quad (0/25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow 3x^2 - 2 = 1$ $x^2 = 1 \Rightarrow x = 1 \Rightarrow y = -2 \quad (0/25)$ $x = -1 \Rightarrow y = 0 \quad (0/25)$	۱۷
۲۰	جمع نمره	

همکاران محترم ضمن عرض خسته نباشید، لطفاً به راه حل های صحیح غیر از راهنمای تصحیح، به

تناسب نمره دهید.