



سایت ویژه ریاضیات www.riazisara.ir

درسنامه ها و جزوه های دروس ریاضیات

دانلود نمونه سوالات امتحانات ریاضی

نمونه سوالات و پاسخنامه کنکور

دانلود نرم افزارهای ریاضیات

...

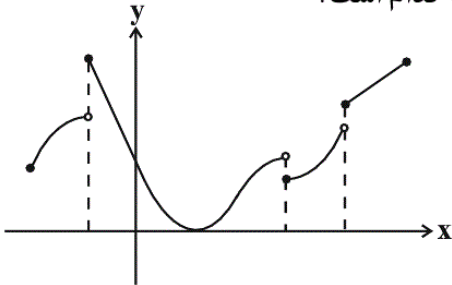
کانال سایت ریاضی سرا در تلگرام:

<https://telegram.me/riazisara>

(@riazisara)

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی ، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۱۰۱- شکل زیر نمودار تابع f است. تعداد نقاط ماکسیمم و می‌نیمم نسبی تابع به ترتیب کدام است؟



(۱) یک - یک

(۲) یک - دو

(۳) دو - یک

(۴) دو - دو

شما پاسخ نداده اید

۱۰۲- اگر $(1, -2)$ نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع درجه سوم $f(x) = ax^3 + bx$ باشد، آن‌گاه حاصل $f(2)$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۳- ماکزیمم مطلق تابع $f(x) = -x^3 + 3x^2 - 2$ در بازه‌ی $[1, 4]$ کدام است؟

(۱) صفر (۲) ۲

(۳) ۴ (۴) ۶

شما پاسخ نداده اید

۱۰۴- می‌نیمم نسبی تابع $y = \frac{x^2 - 1}{x^3}$ کدام است؟

(۱) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$ (۲) $-\frac{2\sqrt{3}}{3}$

(۳) $\frac{2\sqrt{3}}{9}$ (۴) $-\frac{2\sqrt{3}}{9}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۵- تابع $f(x) = 2x - \ln(x^2 + x)$ چند نقطه‌ی بحرانی دارد؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۶- جهت تقعر تابع $y = (x^2 + \frac{5}{3})x^{\frac{1}{4}}$ در چند نقطه تغییر می‌کند؟

(۱) صفر (۲) ۱

(۳) ۲ (۴) ۳

شما پاسخ نداده اید

۱۰۷- منحنی به معادله $y = x^2 e^{1-x}$ در بازه (a, b) صعودی و تقریر آن به سمت بالاست. بیشترین مقدار $b - a$ کدام است؟

- (۱) $\sqrt{2}$ (۲) $2\sqrt{2}$
 (۳) $2 - \sqrt{2}$ (۴) ۲

شما پاسخ نداده اید

۱۰۸- اگر عرض نقطه‌ی عطف تابع $y = \frac{a}{x^2 + 1}$ برابر $\frac{3}{2}$ باشد، مقدار a کدام است؟

- (۱) ۲ (۲) -۲
 (۳) $\frac{3 + \sqrt{3}}{2}$ (۴) $\frac{1}{3}$

شما پاسخ نداده اید

۱۰۹- اگر $f(x) = [x]$ باشد، مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $y = f(x + f(-x))$ کدام است؟ ([] ، نماد جزء صحیح است.)

- (۱) Z (۲) R
 (۳) R - Z (۴) Z - {0}

شما پاسخ نداده اید

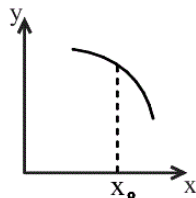
۱۱۰- شیب خط مماس بر نمودار تابع $y = \sin x + \cos x$ در نقطه‌ی عطف آن در بازه $(0, 2\pi)$ کدام می‌تواند باشد؟

- (۱) صفر (۲) ۱
 (۳) -۱ (۴) $\sqrt{2}$

شما پاسخ نداده اید

ریاضی ، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه ، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

۱۱۱- نمودار تابع f در نقطه‌ی x_0 به صورت شکل مقابل است. کدام گزینه در مورد این تابع صحیح است؟



- (۱) $f'(x_0) < 0$ و $f''(x_0) > 0$
 (۲) $f'(x_0) > 0$ و $f''(x_0) < 0$
 (۳) $f'(x_0) < 0$ و $f''(x_0) < 0$
 (۴) $f'(x_0) > 0$ و $f''(x_0) > 0$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۲- مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^2 - 28) \cdot \sqrt[3]{x}$ کدام است؟

- (۱) $\{-2, 2\}$ (۲) $\{-\sqrt{7}, \sqrt{7}\}$
 (۳) $\{-2, 0, 2\}$ (۴) $\{-7, 0, 1\}$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۳- به‌ازای کدام مقدار k بیشترین مقدار و کمترین مقدار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 3x^2 + k$ در بازه‌ی $[1, 3]$ قرینه‌ی یکدیگرند؟

- (۱) ۱ (۲) ۲
 (۳) ۳ (۴) ۴

شما پاسخ نداده اید

۱۱۴- تقعر منحنی تابع با ضابطه‌ی $y = x^2 + \sqrt{x}$ در بازه‌ی $(0, 1)$ کدام وضع را دارد؟

(۱) ابتدا رو به بالا و بعد رو به پایین

(۲) ابتدا رو به پایین و بعد رو به بالا

(۳) همواره رو به بالا

(۴) همواره رو به پایین

شما پاسخ نداده اید

۱۱۵- در کدام بازه، تابع با ضابطه‌ی $f(x) = e^{x-2x^2}$ صعودی و تقعر نمودار آن رو به پایین است؟

(۱) $(-\infty, \frac{1}{4})$ (۲) $(-\frac{1}{4}, \frac{1}{4})$

(۳) $(-\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$ (۴) $(\frac{1}{4}, \frac{3}{4})$

شما پاسخ نداده اید

۱۱۶- طول نقطه‌ی عطف نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^3 - 10x^{\frac{2}{3}}$ کدام است؟

(۱) -۲ (۲) -۲, ۰

(۳) ۲ (۴) ۰, ۲

شما پاسخ نداده اید

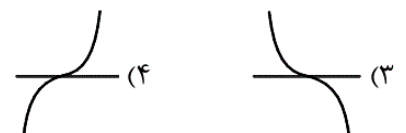
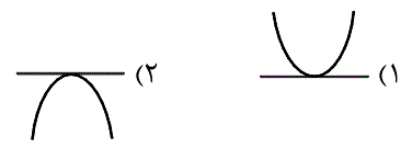
۱۱۷- نقطه‌ی بحرانی تابع با ضابطه‌ی $f(x) = (x^3 - 3x^2 + 4)^{\frac{1}{3}}$ روی بازه‌ی $(-1, 2)$ چگونه است؟

(۱) می‌نیمم (۲) ماکسیمم

(۳) عطف (۴) مشتق‌ناپذیر

شما پاسخ نداده اید

۱۱۸- نمودار تابع با ضابطه‌ی $f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$ در نقطه‌ی $x = 1$ کدام وضع را با محور x ها دارد؟



شما پاسخ نداده اید

۱۱۹- تابع $f(x) = x \ln x$ چند نقطه‌ی عطف دارد؟

(۱) ۱ (۲) ۲

(۳) ۳ (۴) فاقد عطف

شما پاسخ نداده اید

۱۲۰- در تابع با ضابطه $f(x) = a \cos 2x + b \sin x$ ، اگر نقطه‌ی می‌نیمم آن در $\left(\frac{\pi}{6}, -3\right)$ باشد، a کدام است؟

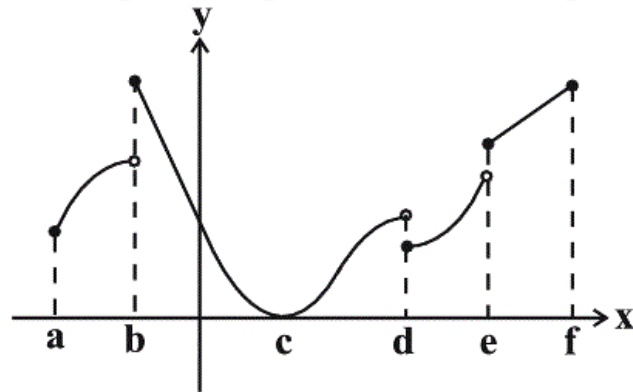
- (۱) -۴
(۲) -۲
(۳) -۱
(۴) ۱

شما پاسخ نداده اید

-۱۰۱

(بهره‌مندی طالبی)

با توجه به شکل، نقطه‌ی **b** ماکسیمم نسبی و نقاط **c** و **d** می‌نیمم نسبی هستند. دقت کنید که نقطه‌ی **e** ماکسیمم یا می‌نیمم نسبی نیست. پس تابع در مجموع یک ماکسیمم و دو می‌نیمم نسبی دارد.



(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۳ و ۱۴)

۴

۳

۲

۱

-۱۰۲

(معمدرضا شوکتی بیرق)

چون $(1, -2)$ نقطه‌ی می‌نیمم نسبی تابع است، پس اولاً در ضابطه‌ی تابع صدق می‌کند و ثانیاً مشتق تابع به‌ازای $x=1$ ، صفر می‌شود. داریم:

$$(1, -2) \in f \Rightarrow -2 = a + b \quad (1)$$

$$f'(x) = 3ax^2 + b \xrightarrow{x=1} 3a + b = 0 \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} a = 1 \\ b = -3 \end{cases} \Rightarrow f(x) = x^3 - 3x$$

$$f(2) = 2^3 - 3(2) = 2$$

بنابراین داریم:

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۹)

۴

۳

۲

۱

(مسئله هابیلو)

نقاط بحرانی تابع را می‌یابیم: $f'(x) = -3x^2 + 6x = 0 \Rightarrow -3x(x-2) = 0$

$$\Rightarrow \begin{cases} x=0 \\ x=2 \end{cases} \xrightarrow{x \in [1,4]} x=2$$

بنابراین برای محاسبه‌ی ماکزیمم مطلق، مقادیر تابع را در نقاط $x=1$ ، $x=2$ و $x=4$ محاسبه می‌کنیم:

$$\begin{cases} f(1) = 0 \\ f(2) = 2 \text{ (ماکزیمم مطلق)} \\ f(4) = -18 \text{ (می‌نیمم مطلق)} \end{cases}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۴ تا ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

(فرهاد حامی)

$$y = \frac{x^2 - 1}{x^3} = \frac{1}{x} - \frac{1}{x^3} \Rightarrow y' = -\frac{1}{x^2} + \frac{3}{x^4} = \frac{-x^2 + 3}{x^4} = 0$$

$$\Rightarrow x^2 = 3 \Rightarrow x = \pm\sqrt{3}$$

x	$-\sqrt{3}$	0	$\sqrt{3}$
y'	-	+	-
	↘	↗	↘

می‌نیمم

۴✓

۳

۲

۱

(میثم حمزه لویی)

ابتدا دقت کنید که دامنه‌ی تابع f برابر است با:

$$x^2 + x > 0 \Rightarrow x(x+1) > 0 \Rightarrow x < -1 \text{ یا } x > 0$$

حال برای محاسبه‌ی نقاط بحرانی از تابع مشتق می‌گیریم:

$$f'(x) = 2 - \frac{2x+1}{x^2+x} = \frac{2x^2 + 2x - 2x - 1}{x^2+x} = \frac{2x^2 - 1}{x^2+x}$$

$$\begin{cases} \text{صورت} = 0 \Rightarrow 2x^2 - 1 = 0 \\ \text{مخرج} = 0 \Rightarrow x^2 + x = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{1}{2} \Rightarrow x = \pm \frac{\sqrt{2}}{2} \xrightarrow{\text{با توجه به دامنه}} x = \frac{\sqrt{2}}{2} \\ x(x+1) = 0 \Rightarrow x = 0, x = -1 \text{ (هیچ کدام در دامنه قرار ندارند)} \end{cases}$$

پس تابع تنها یک نقطه‌ی بحرانی $x = \frac{\sqrt{2}}{2}$ دارد.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۱۴)

۴

۳

۲✓

۱

ابتدا دامنه‌ی تابع را می‌یابیم:

$$y = (x^2 + \frac{5}{3})\sqrt[4]{x} \Rightarrow D_y : x \geq 0 \Rightarrow D_y = [0, +\infty)$$

$$y = (x^2 + \frac{5}{3})x^{\frac{1}{4}} = x^{\frac{9}{4}} + \frac{5}{3}x^{\frac{1}{4}} \Rightarrow y' = \frac{9}{4}x^{\frac{5}{4}} + \frac{5}{12}x^{-\frac{3}{4}}$$

$$\Rightarrow y'' = \frac{45}{16}x^{\frac{1}{4}} - \frac{5}{16}x^{-\frac{7}{4}} = \frac{x^{\frac{-7}{4}}}{16}(45x^2 - 5)$$

$$= \frac{45x^2 - 5}{16(\sqrt[4]{x^7})} \Rightarrow \begin{cases} \text{صورت} = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{9} \Rightarrow x = \pm \frac{1}{3} \\ \text{مخرج} = 0 \Rightarrow x = 0 \end{cases}$$

با توجه به دامنه‌ی تابع، جدول تعیین علامت مشتق دوم به صورت زیر است:

x	0	$\frac{1}{3}$
y''		- 0 +
y		∩ U

بنابراین جهت تقعر تابع تنها در یک نقطه تغییر می‌کند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۹۰ تا ۹۲)

۴

۳

۲ ✓

۱

(آرش رحیمی)

$$y = x^2 e^{1-x} \Rightarrow y' = (2x - x^2)e^{1-x} \Rightarrow y'' = (x^2 - 4x + 2)e^{1-x}$$

بنابراین:

x	0	2
y'	- 0 +	0 -
y	↘	↗
x	$2 - \sqrt{2}$	$2 + \sqrt{2}$
y''	+ 0 -	0 +
y	U	∩ U

۴

۳ ✓

۲

۱

(ممد مصطفی ابراهیمی)

$$y' = \frac{0 \cdot (x^2 + 1) - 2xa}{(x^2 + 1)^2} = \frac{-2ax}{(x^2 + 1)^2}$$

$$y'' = \frac{-2a(x^2 + 1)^2 - 4x(x^2 + 1)(-2ax)}{(x^2 + 1)^4} = \frac{-2a(x^2 + 1) - 4x(-2ax)}{(x^2 + 1)^3}$$

$$= \frac{-2a(x^2 + 1 - 4x^2)}{(x^2 + 1)^3} = 0 \Rightarrow 1 - 3x^2 = 0 \Rightarrow x^2 = \frac{1}{3}$$

حال در ضابطه‌ی تابع، مقدار x^2 را برابر $\frac{1}{3}$ و عرض نقطه‌ی عطف را طبق

صورت سؤال برابر $\frac{3}{2}$ قرار می‌دهیم تا مقدار a به دست آید:

$$y(x^2 = \frac{1}{3}) = \frac{3}{2} \Rightarrow \frac{a}{\frac{1}{3} + 1} = \frac{3a}{4} = \frac{3}{2} \Rightarrow a = 2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۴

۳

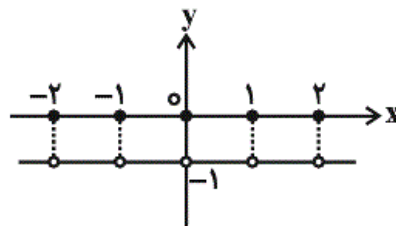
۲

۱ ✓

(مسین اسفینی)

$$f(x) = [x] \Rightarrow y = f(x + [-x]) = [x + [-x]] = [x] + [-x]$$

حال نمودار آن را رسم می‌کنیم:



با توجه به نمودار تابع، نقاط صحیح، نقطه‌های بحرانی از نوع مشتق‌ناپذیر هستند در سایر نقاط نیز مشتق تابع برابر صفر است. پس $x \in \mathbf{R}$ نقاط بحرانی تابع‌اند.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۸۴)

۴

۳

۲ ✓

۱

(مهری ملا، مضانی)

$$y = \sin x + \cos x$$

$$y' = \cos x - \sin x$$

$$y'' = -\sin x - \cos x = -(\sin x + \cos x) = 0$$

$$\Rightarrow \sin x + \cos x = 0$$

$$\Rightarrow \sin x = -\cos x \Rightarrow \tan x = -1$$

$$\text{طول نقطه‌ی عطف} \xrightarrow{x \in (0, 2\pi)} x = \frac{3\pi}{4}, \frac{7\pi}{4}$$

$$y' = \cos x - \sin x \xrightarrow{x = \frac{3\pi}{4}} y' = -\sqrt{2}$$

$$y' = \cos x - \sin x \xrightarrow{x = \frac{7\pi}{4}} y' = \sqrt{2}$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۹ تا ۹۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

ریاضی، ریاضی پیش‌دانشگاهی- گواه، - ۱۳۹۵۱۲۰۶

-111

(سراسری تجربی - ۷۵)

در این نقطه از نمودار، تابع نزولی است، پس $f'(x_0) < 0$ است، از طرفی جهت تقعر آن به سمت پایین است پس $f''(x_0) < 0$.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۸۸ تا ۹۲)

۴

۳ ✓

۲

۱

-112

(سراسری تجربی - ۸۳)

برای به دست آوردن نقاط بحرانی تابع، کافی است ریشه‌های مشتق و نقاط مشتق‌ناپذیر را به دست آوریم. این نقاط، به شرط آن‌که در درون دامنه‌ی تابع باشند، نقاط بحرانی هستند.

$$f'(x) = 2x \cdot \sqrt[3]{x} + (x^2 - 28) \times \frac{1}{3\sqrt[3]{x^2}} = \frac{6x^2 + x^2 - 28}{3\sqrt[3]{x^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 7x^2 - 28 = 0 \Rightarrow x^2 = 4 \Rightarrow x = -2, x = 2$$

ریشه‌های مشتق در دامنه‌ی تابع هستند. در ضمن نقطه‌ی $x = 0$ برای مشتق تابع، تعریف نشده است. یعنی تابع در نقطه‌ی $x = 0$ که در دامنه موجود است، مشتق‌ناپذیر است. بنابراین مجموعه طول‌های نقاط بحرانی تابع $\{-2, 0, 2\}$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌ی ۸۴)

۴

۳ ✓

۲

۱

ابتدا نقاط بحرانی f را در بازه‌ی $[۱, ۳]$ تعیین می‌کنیم.

$$f'(x) = 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2 \xrightarrow{x \in [1, 3]} x = 2$$

پس طول نقطه‌ی بحرانی تابع، ۲ است. مقدار تابع را در این نقطه و نقاط ابتدا و انتها می‌یابیم:

$$f(1) = k - 2, f(2) = k - 4, f(3) = k$$

پس ماکزیمم تابع k و می‌نیمم تابع $k - 4$ است، از آنجایی که قرینه‌اند پس مجموع آن‌ها صفر است، لذا:

$$k - 4 + k = 0 \Rightarrow k = 2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۵ و ۱۶)

۴

۳

۲✓

۱

$$y' = 2x + \frac{1}{2\sqrt{x}} = 2x + \frac{1}{2}x^{-\frac{1}{2}}$$

$$y'' = 2 - \frac{1}{4}x^{-\frac{3}{2}} = 2 - \frac{1}{4x\sqrt{x}}$$

$$y'' = \frac{8x\sqrt{x} - 1}{4x\sqrt{x}} \Rightarrow \begin{cases} y'' = 0 \Rightarrow x\sqrt{x} = \frac{1}{8} \Rightarrow x = \frac{1}{4} \\ x = 0 \Rightarrow \text{ریشه‌ی مخرج} \end{cases}$$

بنابراین با عددگذاری در y'' ، جدول تقعر تابع به صورت زیر است:

x	0	$\frac{1}{4}$
y''	$-$	$+$
y	\cap	\cup

پس تقعر تابع در بازه‌ی $(0, \frac{1}{4})$ ابتدا رو به پایین و سپس رو به بالاست.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۹ تا ۹۲)

۴

۳

۲✓

۱

$$\xrightarrow{e^{x-2x^2} > 0} 1 - 4x \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{4} \quad (1)$$

$$f''(x) = -4e^{x-2x^2} + (1-4x)e^{x-2x^2}(1-4x)$$

$$= e^{x-2x^2}(-4 + (1-4x)^2) < 0 \xrightarrow{e^{x-2x^2} > 0}$$

$$(1-4x)^2 - 4 < 0 \rightarrow (1-4x)^2 < 4 \rightarrow -2 < 1-4x < 2$$

$$\Rightarrow -3 < -4x < 1 \Rightarrow \frac{-1}{4} < x < \frac{3}{4} \quad (2)$$

اگر بین (۱) و (۲)، اشتراک بگیریم $x \in \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right]$ ، که با توجه به گزینه‌ها

می‌توان گزینه‌ی «۲» یعنی $x \in \left(\frac{-1}{4}, \frac{1}{4}\right)$ را انتخاب نمود.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۱۸ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

(سراسری تهری - ۱۷)

-۱۱۶

$$f'(x) = \frac{5}{3}x^{\frac{2}{3}} - \frac{20}{3}x^{-\frac{1}{3}} \Rightarrow f''(x) = \frac{10}{9}x^{-\frac{1}{3}} + \frac{20}{9}x^{-\frac{4}{3}}$$

$$f''(x) = \frac{10}{9} \left(\frac{1}{\sqrt[3]{x}} + \frac{2}{x\sqrt[3]{x}} \right) = \frac{10}{9} \left(\frac{x+2}{x\sqrt[3]{x}} \right)$$

$$x = -2 \text{ و } x = 0 \quad \begin{array}{c|ccc} x & -2 & 0 & \\ \hline f'' & - & 0 & + \end{array}$$

f'' فقط در $x = -2$ تغییر علامت می‌دهد پس تنها دارای نقطه‌ی عطف $x = -2$ است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۹ تا ۹۲)

۴

۳

۲

۱

(سراسری تهرپی قارج از کشور - ۱۶)

باید نقاطی را بیابیم که در آن یا $f' = 0$ یا f' وجود ندارد، لذا:

$$f(x) = \sqrt[3]{x^3 - 3x^2 + 4}$$

با استفاده از فرمول $(\sqrt[n]{u})' = \frac{u'}{n \sqrt[n]{u^{n-1}}}$ داریم:

$$f'(x) = \frac{3x^2 - 6x}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 3x^2 + 4)^2}}$$

$$f'(x) = 0 \Rightarrow 3x^2 - 6x = 0 \Rightarrow x = 0, x = 2$$

در ریشه‌های مخرج، f' وجود ندارد و این نقاط بحرانی است، لذا:

$$x^3 - 3x^2 + 4 = 0 \Rightarrow x^3 + 1 + 3 - 3x^2 = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 + 1 - x) + 3(1-x)(1+x) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x^2 - 4x + 4) = 0$$

$$\Rightarrow (x+1)(x-2)^2 = 0 \Rightarrow x = -1, x = 2$$

بنابراین در بازه‌ی $(-1, 2)$ تابع دارای نقطه‌ی بحرانی به طول $x = 0$ خواهد بود. از آنجایی که $x = 0$ ریشه‌ی ساده‌ی $y' = 0$ است، پس طول نقطه‌ی اکسترمم است، لذا:

$$f'(x) = \frac{3x(x-2)}{3 \sqrt[3]{(x^3 - 3x^2 + 4)^2}}$$

۴

۳

۲ ✓

۱

(سراسری تهرپی - ۱۶)

$$f(x) = x^4 - 3x^3 + 3x^2 - x$$

$$f'(x) = 4x^3 - 9x^2 + 6x - 1 \Rightarrow f'(1) = 0$$

$$f''(x) = 12x^2 - 18x + 6 \Rightarrow f''(1) = 0$$

 $x = 1$ طول نقطه‌ی عطف افقی است.

$$12x^2 - 18x + 6 = 0 \Rightarrow 2x^2 - 3x + 1 = 0 \Rightarrow x_1 = 1, x_2 = \frac{1}{2}$$

x	$\frac{1}{2}$	1	
y''	+ 0 - 0 +		
y	∪	∩	∪

با توجه به جدول، مشتق دوم در $x = 1$ از منفی به مثبت تغییر علامت می‌دهد پس نمودار گزینه‌ی ۴ درست است.

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۷ تا ۹۲)

۴ ✓

۳

۲

۱

(سؤال ۱۶۰۳ کتاب آبی)

دامنه‌ی تابع $x > 0$ است. حال از تابع، مشتق دوم می‌گیریم:

$$f'(x) = (1) \ln x + x \left(\frac{1}{x} \right) = \ln x + 1$$

$$\Rightarrow f''(x) = \frac{1}{x} \Rightarrow \begin{array}{c|cc} x & 0 & +\infty \\ \hline f'' & \text{شماره‌گذاری شده} & + \\ \hline f & \text{شماره‌گذاری شده} & \cup \end{array}$$

همان‌طور که می‌بینید مشتق دوم همواره مثبت است در نتیجه تابع نقطه‌ی عطف ندارد. (چون در هیچ نقطه‌ای جهت تقعر تابع عوض نمی‌شود).

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۹ تا ۹۲)

□۴ ✓

□۳

□۲

□۱

(سراسری تیربی - ۱۹)

اولاً: مختصات نقطه‌ی می‌نیمم، در معادله‌ی تابع صدق می‌کند، یعنی

$$\text{پس: } f\left(\frac{\pi}{6}\right) = -3$$

$$f(x) = a \cos 2x + b \sin x \Rightarrow -3 = a \cos \frac{\pi}{3} + b \sin \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow -3 = \frac{a}{2} + \frac{b}{2} \Rightarrow a + b = -6 \quad (1)$$

ثانیاً: مقدار مشتق تابع، به ازای طول نقطه‌ی می‌نیمم، صفر است، یعنی

$$f'(x) = -2a \sin 2x + b \cos x \quad \text{پس: } f'\left(\frac{\pi}{6}\right) = 0$$

$$\Rightarrow 0 = -2a \sin \frac{\pi}{3} + b \cos \frac{\pi}{6}$$

$$\Rightarrow 0 = -\sqrt{3}a + \frac{\sqrt{3}}{2}b \Rightarrow b = 2a \quad (2)$$

$$\xrightarrow{(1), (2)} \begin{cases} a + b = -6 \\ b = 2a \end{cases} \Rightarrow a + 2a = -6 \Rightarrow a = -2$$

(ریاضی عمومی، صفحه‌های ۱۷ تا ۱۹)

□۴

□۳

□۲ ✓

□۱

www.kanoon.ir