

باسمه تعالی

سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)		رشته‌ی : علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۳ / ۳ / ۱۳۹۱		
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir		
ردیف	سؤالات	نمره		
۱	جاهای خالی را با عبارات مناسب پر کنید. الف) هر زیر مجموعه ی فضای نمونه ای را ، یک در فضای نمونه ای می نامیم. ب) به پدیده هایی که از به وقوع پیوستن آن اطمینان نداشته باشیم ، می گوئیم. ج) اگر اعضای فضای نمونه ای قابل شمارش باشد، آن را یک فضای نمونه ای می نامیم. د) اگر A, B دو پیشامد از فضای نمونه ای S باشند و $A \cap B \neq \Phi$ ، در این صورت A, B را دو پیشامد می نامیم.	۱		
۲	از جعبه ای که شامل ۴ مهره سفید و ۳ مهره سبز و ۲ مهره سیاه می باشد، ۳ مهره به تصادف خارج می کنیم، مطلوب است احتمال آن که : الف) فقط ۲ مهره سفید باشد. ب) حداکثر ۲ مهره سبز باشد.	۲		
۳	احتمال این که رضا در کنکور قبول شود $\frac{۱}{۶}$ و احتمال آن که علی در کنکور قبول شود $\frac{۱}{۳}$ می باشد ، احتمال آن که حداقل یکی از آنها در کنکور قبول شود را به دست آورید.	۱		
۴	نامعادله ی $x - 2 \geq \frac{2x - 1}{x + 2}$ را حل کنید و سپس مجموعه جواب آن را به صورت بازه بنویسید.	۱/۷۵		
۵	درستی رابطه مقابل را نشان دهید. $\sin(\alpha + \beta) - \sin(\alpha - \beta) = 2 \cos \alpha \sin \beta$	۰/۷۵		
۶	اگر $f(x) = ax^2 + bx + c$ باشد ، a, b, c را طوری بیابید که این سهمی محور y ها را در نقطه ای به عرض ۴ و محور x ها را در نقطه ای به طول ۱- قطع کند و از نقطه ی (۱,۲) نیز بگذرد.	۱/۷۵		
۷	نمودار $f(x) = \begin{cases} 1+x^2 & x \geq 0 \\ 1-\frac{x}{2} & x < 0 \end{cases}$ را رسم کرده ، سپس $f(f(-4))$ را به دست آورید.	۱		
۸	اگر $f(x) = x + 3$ و $g(x) = \sqrt{1-x}$ دو تابع باشند: الف) دامنه f, g را به دست آورید. ب) دامنه تابع $g \circ f$ را با استفاده از تعریف محاسبه کنید. ج) ضابطه $f \circ g$ را بنویسید.	۱/۷۵		

«ادامه سؤالات در صفحه بعد»

باسمه تعالی

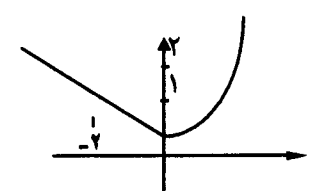
سؤالات امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی	ساعت شروع: ۸ صبح	مدت امتحان : ۱۲۰ دقیقه
سال سوم آموزش متوسطه		تاریخ امتحان: ۳ / ۳ / ۱۳۹۱	
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱		مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	
ردیف	سؤالات		نمره
۹	اگر به ازای هر $x \in (-\pi, \pi)$ داشته باشیم: $3 - \cos^2 x \leq f(x) \leq 4 - \tan\left(\frac{x}{2}\right)$ ، حد تابع $f(x)$ وقتی $x \rightarrow \frac{\pi}{2}$ را به دست آورید.		۰/۷۵
۱۰	حاصل حد های زیر را به دست آورید. الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{3 - \sqrt{x+7}}$ ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x+1}}{5x + \sqrt{4x^2 + 1}}$ ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2}$ د) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{(x-1)^2}$		۳
۱۱	پیوستگی تابع $f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x^2 - 3x + 2} & x \neq 1 \\ -3 & x = 1 \end{cases}$ را در $x = 1$ بررسی کنید.		۱/۲۵
۱۲	مشتق توابع زیر را به دست آورید. (ساده کردن مشتق الزامی نیست). الف) $f(x) = \frac{1}{2x+1} + (\sqrt{x})(x+5)$ ب) $g(x) = 4 \tan\left(\frac{x}{3}\right) + \cos^3(6x)$		۱/۷۵
۱۳	با استفاده از تعریف مشتق، مشتق تابع $f(x) = x^3 + 2x$ را در $x_0 = -1$ به دست آورید.		۱
۱۴	معادله حرکت متحرکی به صورت $f(t) = \frac{1}{2}t^2 - 3t + 1$ می باشد. الف) سرعت متوسط این متحرک را در فاصله زمانی $t = 0$ تا $t = 4$ به دست آورید. ب) آهنگ آنی تغییرات $f(t)$ را در $t = 7$ بیابید.		۱/۲۵
	«موفق باشید»		جمع نمره
			۲۰

رشته‌ی: علوم تجربی	راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)
تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳	سال سوم آموزش متوسطه
مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir	دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱	الف) پیشامد (۰/۲۵) ب) پدیده تصادفی (۰/۲۵) ج) گسسته (۰/۲۵) د) سازگار (۰/۲۵)	۱																								
۲	<p>(الف)</p> $n(s) = \binom{9}{3} = 84 \quad (0/25)$ $n(A) = \binom{4}{2} \binom{5}{1} = 6 \times 5 = 30 \quad (0/25) \rightarrow p(A) = \frac{n(A)}{n(s)} = \frac{30}{84} \quad (0/25)$ <p>(ب)</p> $n(B') = \binom{3}{3} = 1 \quad (0/25) \rightarrow p(B') = \frac{n(B')}{n(s)} = \frac{1}{84} \quad (0/25)$ $p(B) = 1 - p(B') = 1 - \frac{1}{84} = \frac{83}{84} \quad (0/25)$	۲																								
۱	$\left. \begin{aligned} p(A \cup B) &= p(A) + p(B) - p(A \cap B) \\ p(A \cap B) &= p(A) \times p(B) = 0/3 \times 0/6 = 0/18 \end{aligned} \right\} \Rightarrow P(A \cup B) = 0/6 + 0/3 - 0/18 = 0/72 \quad (0/25)$	۳																								
۱/۷۵	$\frac{(x-2)(x+2) - 2x + 1}{x+2} \geq 0 \quad (0/25) \Rightarrow \frac{x^2 - 4 - 2x + 1}{x+2} \geq 0 \quad (0/25)$ $\frac{x^2 - 2x - 3}{x+2} \geq 0 \Rightarrow \frac{(x+1)(x-3)}{x+2} \geq 0 \quad (0/25)$ <table border="1" style="margin: 10px auto;"> <tr> <td>x</td> <td>$-\infty$</td> <td>-2</td> <td>-1</td> <td>3</td> <td>$+\infty$</td> </tr> <tr> <td>$x^2 - 2x - 3$</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>○</td> <td>-</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>$x+2$</td> <td>-</td> <td>○</td> <td>+</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> <tr> <td>جواب</td> <td></td> <td>-</td> <td>ت.ن</td> <td>+</td> <td>+</td> </tr> </table> <p>(۰/۵)</p> <p>مجموعه جواب: $(-2, -1] \cup [3, +\infty)$ (۰/۵)</p>	x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$	$x^2 - 2x - 3$	+	+	○	-	+	$x+2$	-	○	+	+	+	جواب		-	ت.ن	+	+	۴
x	$-\infty$	-2	-1	3	$+\infty$																					
$x^2 - 2x - 3$	+	+	○	-	+																					
$x+2$	-	○	+	+	+																					
جواب		-	ت.ن	+	+																					

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱/۳/۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۵	$\sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta - \sin \alpha \cos \beta + \cos \alpha \sin \beta = 2 \cos \alpha \sin \beta \quad (0.25)$ <p style="text-align: center;">(0.25)</p>	0.75
۶	$f(x) = ax^2 + bx + c$ $\begin{cases} \begin{cases} 0 \\ 4 \end{cases} \Rightarrow 4 = 0 + 0 + c \Rightarrow 4 = c \quad (0.5) \\ \begin{cases} -1 \\ 0 \end{cases} \Rightarrow 0 = a - b + 4 \Rightarrow a - b = -4 \quad (0.25) \\ \begin{cases} 1 \\ 2 \end{cases} \Rightarrow 2 = a + b + 4 \Rightarrow a + b = -2 \quad (0.25) \end{cases} \Rightarrow a = -3, \quad b = 1 \quad (0.25)$	1.75
۷	$f(-4) = 3 \quad (0.25)$ $f(3) = 10 \quad (0.25)$  <p style="text-align: center;">(0.5)</p>	1
۸	<p>الف) $D_f = R \quad (0.25)$ و $D_g = 1 - x \geq 0 \rightarrow x \leq 1 \quad (0.25)$</p> <p>ب) $D_{g \circ f} = \{x \in D_f \mid f(x) \in D_g\} = \{x \in R \mid x + 3 \leq 1\} = (-\infty, -2]$ (0.25) (0.25) (0.25)</p> <p>ج) $f \circ g(x) = f(g(x)) = f(\sqrt{1-x}) = \sqrt{1-x} + 3$ (0.25) (0.25)</p>	1.75
۹	$\left. \begin{aligned} \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} 4 - \tan \frac{x}{2} = 4 - 1 = 3 \quad (0.25) \\ \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} 3 - \cos^2 x = 3 \quad (0.25) \end{aligned} \right\} \Rightarrow \lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{2}} f(x) = 3 \quad (0.25)$ <p style="text-align: right;">پس طبق ق فشرده‌گی:</p>	0.75
« ادامه در صفحه ی سوم »		

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی: علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان: ۱۳۹۱ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
------	---------------	------

۱۰	<p>الف) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 2x}{3 - \sqrt{x+7}} \times \frac{3 + \sqrt{x+7}}{3 + \sqrt{x+7}} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x^2 - 2x)(3 + \sqrt{x+7})}{(9 - x - 7)} =$</p> <p>$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x(x-2)(3 + \sqrt{x+7})}{-(x-2)} = -12 \quad (./25)$</p> <p>ب) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x + \sqrt{x+1}}{5x + \sqrt{4x^2 + 1}} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{5x + 2x } = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{2x}{5x + 2x} = \frac{2}{7} \quad (./25)$</p> <p>ج) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} \frac{2 \sin^2 x}{x^2} = \lim_{x \rightarrow 0} 2 \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = 2 \times \lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\sin x}{x} \right)^2 = 2(1)^2 = 2 \quad (./25)$</p> <p>د) $\lim_{x \rightarrow 1^-} \frac{3}{(x-1)^2} = \frac{3}{(0^-)^2} = \frac{3}{0^+} = +\infty \quad (./25)$</p>	۳
۱۱	<p>$\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(x-1)(x+1)}{(x-1)(x-2)} = -2 \quad (./25)$</p> <p>$f(1) = -2 \quad (./25)$</p> <p>بنابراین تابع $f(x)$ در $x=1$ پیوسته نیست. $(./25)$</p>	۱/۲۵
۱۲	<p>الف) $f'(x) = \frac{-2}{(2x+1)^2} + \frac{1}{2\sqrt{x}}(x+5) + 1(\sqrt{x}) \quad (./25)$</p> <p>ب) $g'(x) = 4 \times \frac{1}{3} \left(1 + \tan^2 \left(\frac{x}{3} \right) \right) + 3(6) (\cos^2(6x)) (-\sin(6x)) \quad (./5)$</p>	۱/۲۵
	«ادامه در صفحه ی چهارم»	

باسمه تعالی

راهنمای تصحیح امتحان نهایی درس: ریاضی (۳)	رشته‌ی : علوم تجربی
سال سوم آموزش متوسطه	تاریخ امتحان : ۱۳۹۱ / ۳ / ۳
دانش‌آموزان و داوطلبان آزاد سراسر کشور در خرداد ماه سال ۱۳۹۱	مرکز سنجش آموزش و پرورش http://aee.medu.ir

ردیف	راهنمای تصحیح	نمره
۱۳	$f'(-1) = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{f(x) - f(-1)}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^2 + 2x + 3}{x + 1} = \lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x+1)(x^2 - x + 3)}{(x+1)} = 5 \quad (۰/۲۵)$	۱
۱۴	<p>الف) $\frac{\Delta f}{\Delta t} = \frac{f(4) - f(0)}{4 - 0} = \frac{(-2) - (1)}{4} = -1 \quad (۰/۲۵)$</p> <p>ب) $f'(t) = t - 2 \Rightarrow f'(7) = 4 \quad (۰/۲۵)$</p>	۱/۲۵
	جمع نمره	۲۰

باسلام و خسته نباشید، مصححین محترم ، لطفاً برای راه حل های درست دیگر بارم را به تناسب تقسیم نمایند.